

Université libre de Bruxelles

Faculté des Sciences

PIERRE FLAMENT :

ETUDE DE L'ANOMALIE DE CONDUCTIVITE DES PYRENEES

Mémoire présenté pour l'obtention du grade de licencié en
Sciences Physiques, session de septembre 1980

TABLE DES MATIÈRES

| | |
|---|----|
| Avertissement | 3 |
| 1. Introduction | 4 |
| 2. la conduction électrique dans le globe | 7 |
| 2.1. les types de conduction | 7 |
| 2.2. comment obtenir de l'information sur ... | 8 |
| 2.2.1 injection de courant | 8 |
| 2.2.2.méthode magnétotellurique | 10 |
| 3. le champ magnétique terrestre | 17 |
| 4. résolution du problème direct | 25 |
| 4.1. rappels sur la causalité | 25 |
| 4.2. causalité en électrodynamique | 28 |
| 4.3. forme générale du tenseur | 29 |
| 4.4. sol à stratification horizontale | 34 |
| 5. le sondage géomagnétique différentiel | 38 |
| 5.1. principe | 38 |
| 5.2. description de l'appareillage | 40 |
| 5.3. technique expérimentale | 45 |
| 6. l'anomalie de conductivité des Pyrénées | 48 |
| 6.1. résultats antérieurs | 48 |
| 6.2. la campagne de 1980 | 50 |
| 6.3. examen des enregistrements | 50 |
| 6.4. cartographie de l'anomalie | 58 |
| 6.5. interprétation de la fonction temporelle | 63 |
| 7. perspectives | 64 |
| Remerciements | 66 |
| Bibliographie | 67 |

Avertissement

L'instrumentation électronique est fragile :
la géophysique de terrain - surtout en montagne -
ne s'exerce donc que par conditions atmosphériques favorables,
c'est-à-dire au printemps et en été.

Les mesures sur lesquelles ce mémoire est basé ont
été faites dans les Hautes Pyrénées, aux mois de mai
et de juin 1980.

Il est évident que seuls des résultats et interpréta-
tions préliminaires peuvent être présentés ici ;
le traitement numérique détaillé des enregistrements sera
fait cet automne, et sera publié ultérieurement.

1. Introduction

Le problème de la structure interne du globe est un des plus ardues de la géophysique.

A chaque point sont attachés un certain nombre de paramètres : masse volumique, coefficients d'élasticité, conductivité électrique, etc ...

Leur détermination directe n'est guère possible que pour les quelques premiers km qui peuvent être atteints par forage.

Aux grandes profondeurs, on devra les déterminer de manière indirecte : à partir des seules mesures faites en surface (ou en un endroit accessible, donc proche de la surface), l'information sur ces paramètres étant en effet "propagée" vers la surface, soit par des champs statiques (par exemple : la gravité, fonction de la masse volumique), soit par des ondes (par exemple, ondes sismiques, dont la propagation est fonction des coefficients d'élasticité).

Pour tout paramètre, on aura donc deux problèmes distincts :

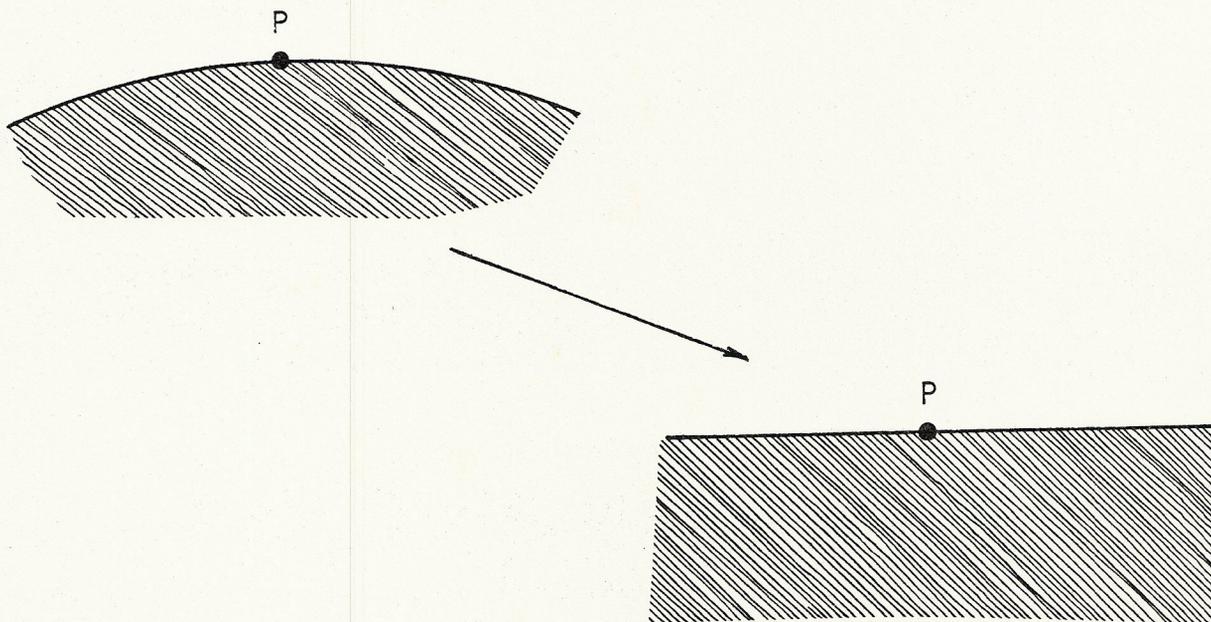
- 1 - déterminer comment l'information sur la valeur du paramètre en profondeur est transmise à la surface : c'est la résolution du problème direct
- 2 - à partir des mesures en surface, déterminer la valeur du paramètre en profondeur : c'est la résolution du problème inverse

Si on possède un grand nombre de mesures, on pourra espérer - s'il est bien posé mathématiquement ! - résoudre le problème inverse, et déterminer le paramètre en profondeur ; la plupart du temps, on sera amené à établir un modèle plausible, à résoudre le problème direct et calculer le champ théorique en surface, comparer aux mesures, et ajuster le modèle jusqu'à concordance.

Dans ce mémoire, nous nous intéressons à une méthode permettant d'obtenir des informations sur la conductivité électrique dans la première centaine de km de profondeur,

et à son application à l'étude d'une anomalie de conductivité récemment découverte dans les Pyrénées.

Nous ferons d'emblée l'approximation suivante :



nous considérons que, pour étudier les phénomènes électriques dans un voisinage de quelques centaines de km du point P, nous pouvons valablement remplacer le globe sphérique par un demi-espace infini, ce que nous appellerons l'approximation plane.

De plus, à plusieurs reprises, nous supposerons que les propriétés du sous-sol ne dépendent que de la profondeur z , et que le système est invariant par translation parallèle au sol : on dira qu'il y a stratification horizontale.

Précisons quelques conventions :

le trièdre de référence employé sera toujours dextrogyre ; selon l'habitude en géomagnétisme, le trièdre local en un point du globe sera orienté de la manière suivante :

- axe Oz vers le centre de la terre
- axe Ox vers le nord géographique
- axe Oy vers l'est

Par facilité typographique, les grandeurs vectorielles sont soulignées : \underline{y} au lieu de \bar{v} .

On utilisera exclusivement le système d'unités MKSA rationalisé ; une grandeur sans dimensions sera surmontée de \sim : \tilde{g} .

La transformée de Fourier sera écrite comme

$$F(\omega) = \int dt \exp(i\omega t) f(t)$$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int d\omega \exp(-i\omega t) F(\omega)$$

le signe + étant affecté à la transformée de Fourier dite directe temporel \rightarrow fréquentiel, et le facteur de normalisation entièrement rejeté sur la transformée inverse. La transformée de l'opérateur de dérivation

$$\partial_t \quad \text{est} \quad -i\omega$$

Nous réserverons toujours les minuscules aux fonctions exprimées dans le domaine temporel : $f(t)$ et les majuscules à leur expression dans le domaine fréquentiel : $F(\omega)$

Lorsque, dans la suite, nous utiliserons de manière abrégée le terme "champ magnétique", il s'agira toujours du champ d'induction B, mesuré en Tesla T, et non du champ magnétique dont les unités sont l' A/m.

2. la conduction électrique dans le globe

2.1. les types de conduction

29 Quels types de conduction, et quels ordres de grandeur, peut-on s'attendre à trouver dans le globe ?

- la conduction par transport d'électrons, telle qu'on la rencontre dans les métaux à l'état natif, $\sigma \approx 10^7 \Omega^{-1} \text{m}^{-1}$, et dans le graphite, $\sigma \approx 10^3 \Omega^{-1} \text{m}^{-1}$, est rare. Citons cependant les schistes graphiteux, et certains minerais métalliques, par exemple la galène PbS, pour laquelle $\sigma \approx 200 \Omega^{-1} \text{m}^{-1}$.

30
- la semi-conduction électrons-trous est celle de la plupart des cristaux. Faible à température ordinaire, $\sigma \approx 10^{-7} \Omega^{-1} \text{m}^{-1}$ pour l'olivine $(\text{MgFe})_2\text{SiO}_4$, elle augmente de manière exponentielle avec la température : à 1000 K, $\sigma \approx 1 \Omega^{-1} \text{m}^{-1}$.

24
- la conduction électrolytique, par transport d'ions en solution dans l'eau. Elle est d'autant plus élevée que la salinité est grande : de $\sigma \approx 10^{-3} \Omega^{-1} \text{m}^{-1}$ pour l'eau douce, elle passe à $\sigma \approx 4 \Omega^{-1} \text{m}^{-1}$ pour l'eau de mer.

- la conduction ionique, par transport d'ions à travers le réseau cristallin ; cette conduction est en général faible à côté des précédentes. C'est, par exemple, la conduction qui existe dans la glace, $\sigma \approx 10^{-6} \Omega^{-1} \text{m}^{-1}$.

Auront donc une conductivité élevée :

- les roches poreuses, fracturées et les sédiments non consolidés, saturés d'eau salée ou saumâtre
- les roches portées à haute température
- les roches graphiteuses et certains minerais métalliques

Les roches à basse température, et ne contenant pas d'eau liquide, auront par contre en général une conductivité faible.

30
9 Reprenons, pour fixer les idées, les ordres de grandeur des conductivités de quelques roches courantes, à la température ordinaire :

| roches | σ en $\Omega^{-1}m^{-1}$ |
|-----------------|---------------------------------|
| sable marin | 1 |
| craie, schistes | $5 \cdot 10^{-3}$ |
| granite, grès | $5 \cdot 10^{-4}$ |
| basalte | 10^{-4} |

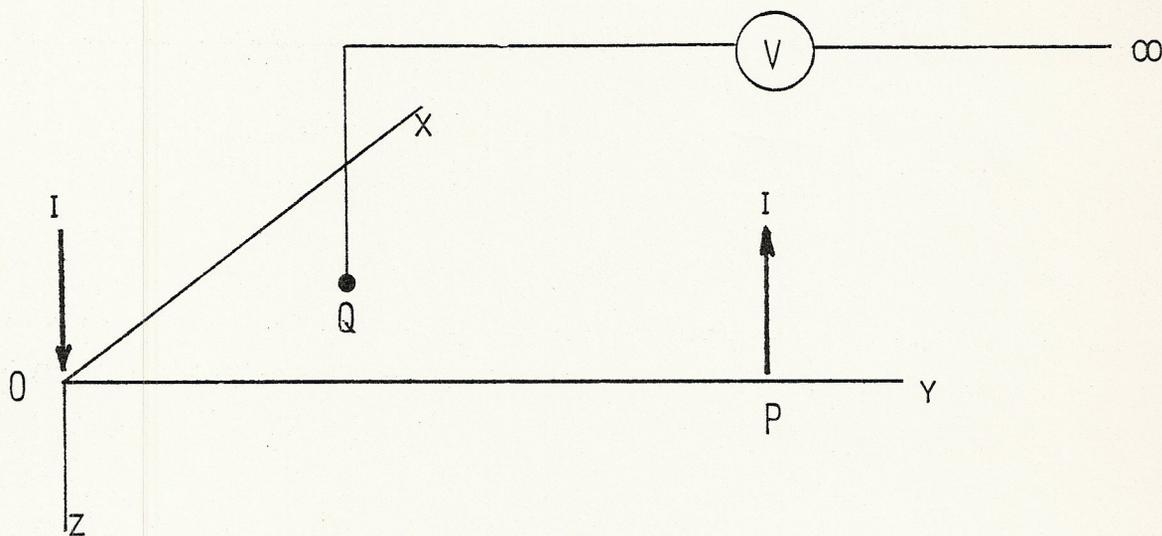
On constate donc que la conductivité a un domaine de variations très étendu : de moins de 10^{-4} à près de 10^3 , soit 7 ordres de grandeurs. A titre de comparaison, la masse volumique ne varie que de 500 à 20000 $kg\ m^{-3}$, et la vitesse de propagation des ondes élastiques de compression de 500 à 10000 $m\ s^{-1}$

2.2. comment obtenir des informations sur la conductivité en profondeur ?

(les schémas exposés ci-dessous ne sont pas les seuls possibles, et il existe d'autres méthodes)

2.2.1. par injection de courant

Injectons, par deux électrodes O et P, un courant continu I dans le sol.



De $\underline{j} = \sigma \underline{e}$

loi d'Ohm

$$\underline{\nabla} \cdot \underline{j} = 0$$

conservation de la charge

$$\underline{e} = -\underline{\nabla} V$$

on déduit le problème

$$\sigma \nabla^2 V + (\nabla \sigma) \cdot (\nabla V) = 0 \quad (1)$$

avec les conditions aux limites

$$\left(\frac{\partial V}{\partial z} \right)_{z=0} = 0 \quad (\text{conservation de la charge})$$

$$V(0) = I (2\pi\sigma(0))^{-1} r_0^{-1}$$

$$V(P) = I (2\pi\sigma(P))^{-1} r_P^{-1}$$

(loi d'Ohm au voisinage de 0 et P)

Le champ de potentiel en surface $V(P;Q)$, mesuré entre une électrode de référence fixe supposée à l'infini, et une électrode Q, est donc une fonctionnelle de la distribution de conductivité $\sigma(\underline{r})$:

$$V(P;Q) = \theta(\sigma(\underline{r}))$$

(remarquons que, comme σ , $V(P;Q)$ dépend de 3 variables indépendantes : OP, OQ, et \widehat{POQ}).

²³ Le problème direct est facile : si le sous-sol est stratifié en couches homogènes, il peut être résolu analytiquement ; pour un sous-sol quelconque, il faut avoir recours à une approximation par éléments finis.

⁷ Je n'ai pas trouvé dans la littérature d'étude générale de l'inversibilité de la fonctionnelle θ :

$$\sigma(\underline{r}) = \theta^{-1}(V(P;Q))$$

⁴ En pratique, on considère à priori que le sous-sol est stratifié en un nombre fini des couches homogènes ; le problème inverse peut alors - sans que l'unicité soit ²⁶ garantie - être résolu numériquement.

Comme σ ne dépend plus que d'une seule variable, z , on se contente expérimentalement de fixer une fois pour toutes la configuration des électrodes (en ligne, à angle droit, etc ...) et de faire varier un facteur d'échelle géométrique : on réalise alors un sondage électrique du sol.

Les différentes configurations possibles ont donné naissance à autant de méthodes : Wenner, dipôle équatorial, etc ... Elles présentent toutes les inconvénients expérimentaux suivants :

- 20 - la profondeur "utile" d'investigation est de l'ordre de $OP/10$. Ces méthodes sont donc très lourdes : pour obtenir de l'information sur la conductivité à 500 m de profondeur, il faut dérouler près de 5 km de câbles sur le terrain ; pour atteindre 100 km, il faudrait ... 1000 km ! Elles sont donc, pratiquement, limitées à la prospection à faible profondeur (géologie, archéologie).
- il est difficile de réaliser des électrodes qui ne présentent pas, au contact du sol, un potentiel électrochimique parasite
 - elles sont très sensibles aux courants telluriques à longue période qui circulent dans le sol, d'origine naturelle ou industrielle.

(l'utilisation d'un courant alternatif de basse fréquence permet, par filtrage, de s'affranchir de ces dernières perturbations, pour autant que $OP \ll p$, où p est la longueur caractéristique de l'effet de peau - voir paragraphe suivant).

2.2.2. méthode électromagnétique

Soit un champ électromagnétique variable ($\underline{e}_o, \underline{b}_o$), d'origine externe, que nous supposons mesuré à la surface du sol au point P.

Supposons d'abord, pour simplifier, le système invariant par translation parallèle au sol : sous-sol homogène, et ($\underline{e}_o, \underline{b}_o$) indépendants de la position de P. Les équations sont alors, dans le domaine fréquentiel :

$$\underline{\nabla} \cdot \underline{B} = 0 \qquad \underline{\nabla} \times \underline{E} = i \omega \underline{B} \qquad (2)$$

$$\underline{\nabla} \cdot \underline{E} = 0 \qquad \underline{\nabla} \times \underline{B} = \mu \underline{J} - i\omega/c^2 \underline{E} \qquad (3)$$

$$\underline{\nabla} \cdot \underline{J} = 0 \qquad \underline{J} = \sigma \underline{E}$$

En multipliant (2) et (3) par $\nabla \times$, après nettoyage :

$$(\Delta + (\omega/c)^2) \underline{B} = -i\omega\mu\sigma \underline{B}$$

et des équations analogues pour \underline{E} et \underline{J} .

Examinons les ordres de grandeur. Par exemple :

$$\begin{aligned} \omega &= 10^3 \text{ s}^{-1} && \text{(partie haute du spectre du champ magnétique terrestre)} \\ \mu &= 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ MKSA} && \text{(n'est sensiblement différent de cette valeur que pour le cas exceptionnel des roches ferromagnétiques, que nous négligeons)} \\ c &= 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1} \\ \sigma &= 10^{-4} \Omega^{-1} \text{ m}^{-1} && \text{(basalte, très résistant)} \end{aligned}$$

D'où :

$$(\omega/c)^2 = O(10^{-11}) \quad \text{et} \quad (\omega\mu\sigma) = O(10^{-7})$$

Dès lors, dans la plupart des problèmes rencontrés en géophysique interne, nous pourrions négliger le courant de déplacement à côté du courant de conduction, et écrire, pour chacune des composantes des champs et du courant :

$$\Delta F = -i\omega\mu\sigma F \quad (4)$$

qui est une équation de diffusion, analogue à l'équation de la chaleur. Elle traduit le caractère dissipatif, irréversible de la loi d'Ohm.

Recherchons une solution de la forme

$$F = F_0 \exp(-\alpha z)$$

où F_0 est le champ mesuré à la surface.

On trouve :

$$\alpha = \pm(-i\omega\mu\sigma)^{1/2}$$

le signe + devant être conservé pour que l'amplitude des oscillations ne diverge pas pour $z \rightarrow \infty$.

La solution est

$$F(z) = F_0 \exp(-z(\omega\mu\sigma/2)^{1/2}) \exp(iz(\omega\mu\sigma/2)^{1/2}) \quad (5)$$

On constate qu'il y a un effet de peau : l'amplitude est divisée par e lorsqu'on s'enfonce de

$$p = (\omega\mu\sigma/2)^{-1/2}$$

dite profondeur de pénétration du champ variable ; simultanément, la phase est retardée d'un rad.

Dans l'exemple numérique ci-dessus, $p = 3$ km.

Remarquons combien l'image d'une "onde électromagnétique se propageant dans le sol" est inadéquate : pour une propagation d'onde au sens habituel, même pour une onde amortie, la vitesse de phase reste de l'ordre de $3 \cdot 10^8$ m s⁻¹, tandis qu'ici, elle est de l'ordre de ωp , et varie en $\omega^{1/2}$: de $3 \cdot 10^6$ m s⁻¹ dans l'exemple ci-dessus, elle tombe à ... 20 m s⁻¹ dans l'eau de mer, pour $\omega = 10^{-3}$ s⁻¹, fréquence courante en géomagnétisme !

Une meilleure image est la diffusion dans le sol d'un champ électromagnétique variable, diffusion d'autant plus lente que σ est grand et que ω est petit, les variations du champ produisant, en chaque point, des courants de Foucault.

Réécrivons (2) et (3) dans l'approximation ci-dessus et dans le cas particulier où $\underline{E} = E \underline{1}_x$ et $\underline{B} = B \underline{1}_y$:

$$\begin{aligned} -\partial_z B &= \mu\sigma E \\ \partial_z E &= i\omega B \end{aligned}$$

en y reportant des solutions du type (5) et en posant :

$$\begin{aligned} B'_0(\omega) &= -i\omega B_0(\omega) \\ W(\omega) &= (-i\omega)^{-1/2} \end{aligned} \quad (6)$$

on trouve

$$\begin{aligned} B_0(\omega) &= (\mu\sigma)^{1/2} W(\omega) E_0(\omega) \\ E_0(\omega) &= (\mu\sigma)^{-1/2} W(\omega) B'_0(\omega) \end{aligned} \quad (7)$$

$(\mu\sigma)^{\pm 1/2} W(\omega)$ apparaissent donc comme les fonctions de transfert de modulation du filtre que constitue le terrain, de E_0 vers B_0 , et de B_0 vers E_0 .

L'artifice qui a consisté à remplacer $-i\omega B_0$ par B_0' dans (7) est nécessaire, sinon nous aurions obtenu une fonction de transfert de B_0 vers E_0 en $\omega^{1/2}$, qui diverge pour $\omega \rightarrow \infty$.

Remarquons, en (6), que $W(\omega)$ introduit un retard de phase de $\pi/4$.

En faisant la transformée de Fourier de ces équations, on trouve pour le domaine temporel :

$$\begin{aligned} b_0(t) &= (\mu\sigma)^{1/2} w * e_0 \\ e_0(t) &= (\mu\sigma)^{-1/2} w * b_0' \end{aligned} \quad (8)$$

où $b_0' = \partial_t b_0$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-i\omega t) W(\omega) d\omega = w(t) = \frac{h(t)}{\sqrt{\pi t}}$$

$$h(t) = \underline{\text{si } t < 0 \text{ alors } 0 \text{ sinon } 1}$$

et où * désigne le produit de convolution.

$(\mu\sigma)^{\pm 1/2} w(t)$ apparaissent alors comme les réponses impulsionnelles du terrain.

Remarquons la très lente décroissance - en $t^{-1/2}$! - de ces réponses impulsionnelles.

Dans le cas général, pour un terrain quelconque, la fonction de transfert ne s'écrit plus simplement comme en (6) et (7).

Mais les équations de Maxwell sont linéaires, et le temps n'y apparaît pas explicitement : on pourra donc toujours écrire, $B_0(P;\omega)$ et $E_0(P;\omega)$ étant les champs mesurés à la surface au point P et à la fréquence ω :

$$B_{0i}(P;\omega) = \sum_j \Phi_{ij}(\omega;\sigma(\underline{r})) E_{0j}(P;\omega) \quad (9)$$

22 la fonction de transfert est un tenseur, appelé tenseur d'impédance magnétotellurique ; ce tenseur est une fonction de ω , et une fonctionnelle de la distribution de conductivité $\sigma(\underline{r})$.

En inversant le tenseur au sens des matrices, et en posant

$$\Psi_{ij} = (-i\omega)^{-1} \Phi_{ij}^{-1} \quad (10)$$

on a la fonction de transfert de \underline{B}'_0 vers \underline{E}_0 :

$$E_{0i}(P;\omega) = \sum_j \Psi_{ij}(\omega;\sigma(\underline{r})) B'_{0j}(P;\omega)$$

(remarquons que, comme $\sigma(\underline{r})$, \underline{B}_0 et \underline{E}_0 dépendent de 3 variables indépendantes : P_x , P_y et ω).

6 La résolution analytique du problème direct n'est facile
31 que si le sous-sol est stratifié en couches homogènes ; nous la ferons en détail dans le chapitre suivant. Dans le cas général, on a recours à une modélisation par
13 éléments finis ; on peut cependant se ramener à un
11 système bi-dimensionnel, beaucoup plus facile à résoudre, lorsque le système est constitué d'une fine couche superfi-
25 cielle hétérogène, surmontant un sous-sol homogène infini.

La résolution du problème inverse passe par l'inversion de la fonctionnelle :

$$\sigma(\underline{r}) = \Phi^{-1}(\omega; \underline{B}_0(P;\omega), \underline{E}_0(P;\omega))$$

C'est évidemment un problème mathématique extrêmement ardu à traiter dans toute sa généralité, et seul le problème inverse
27 où on suppose à priori le sol stratifié est traité en détail
12 dans la littérature ; sous certaines conditions, il conduit
28 à une solution unique. Dans ce cas, \underline{B}_0 et \underline{E}_0 sont supposés les mêmes en tous les points de la surface, et on se contente expérimentalement de les mesurer en un seul point : on dit alors qu'on fait un sondage magnétotellurique.

Reste le problème de la source d'énergie : comment exciter les variations du champ magnétique en surface ? Les sources artificielles, limitées en général aux hautes fréquences, de l'ordre du kHz, et donc aux faibles profondeurs de pénétration, ne s'utilisent qu'en prospection. L'agitation naturelle du champ magnétique terrestre possède un spectre beaucoup plus étendu - de plus de 10^3 s^{-1} à moins de 10^{-7} s^{-1} , et est donc une source idéale pour l'étude de la conductivité dans le globe. Nous rappellerons les principales propriétés du champ magnétique terrestre au paragraphe suivant.

Remarquons que l'effet de peau, qui traduit l'atténuation de l'amplitude des variations des champs lorsque la profondeur augmente, introduit une limite pratique à la profondeur utile d'investigation, qui sera d'autant plus faible que la fréquence est grande.

Cette méthode magnétotellurique est d'application beaucoup plus légère que l'injection de courant : par exemple, soit un terrain dont la conductivité moyenne est de l'ordre de $5 \cdot 10^{-3} \Omega^{-1} \text{m}^{-1}$; pour obtenir de l'information sur la conductivité au moins jusqu'à 5 km, exigeons que la longueur caractéristique de l'effet de peau soit 5 km. Alors on doit prendre $\omega \leq 10 \text{ s}^{-1}$, ce qui ne pose aucun problème, le spectre du champ magnétique terrestre étant riche dans ces fréquences.

Pour $\omega = 10^{-2} \text{ s}^{-1}$, on pourra facilement espérer avoir des variations de B_0 d'une amplitude de 10 nT.

De (6) et de (7), on calcule l'amplitude des variations de E_0 ; on obtient $12 \mu\text{V m}^{-1}$. En mesurant V entre des électrodes distantes de 200 m, la différence de potentiel à mesurer est de l'ordre de 2,5 mV, ce qui ne pose aucun problème technique particulier. Par injection de courant, il faudrait 50 km de câbles !

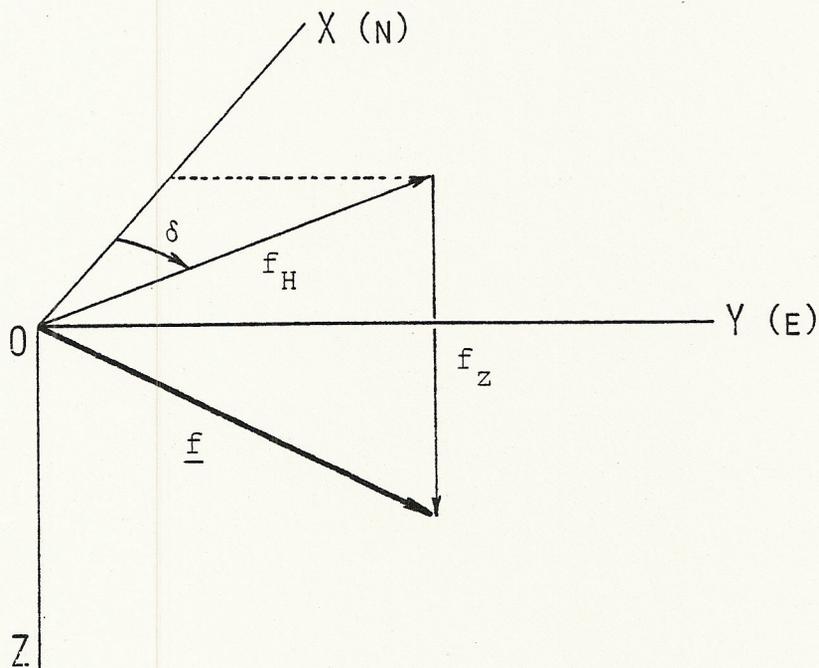
Pour fixer les idées, calculons les profondeurs de pénétration pour quelques fréquences et conductivités :

| $\downarrow \nu$ | $\rightarrow \sigma$ | 0,25 | $5 \cdot 10^{-3}$ | 10^{-4} | $\Omega^{-1} \text{m}^{-1}$ |
|----------------------------------|----------------------|---------|-------------------|-----------|-----------------------------|
| 1 kHz | | 8 m | 560 m | 4 km | |
| 1 Hz | | 2,5 km | 18 km | 126 km | |
| $17 \cdot 10^{-3}$ Hz (1 min) | | 19 km | 140 km | 970 km | |
| $28 \cdot 10^{-5}$ Hz (1 h) | | 150 km | 1100 km | (7600 km) | |
| $12 \cdot 10^{-6}$ Hz (1 j) | | 1300 km | 5200 km | - | |

On remarque que la bande des périodes de 1 s à 6 h est particulièrement adaptée à l'étude des premières centaines de km.

3. le champ magnétique terrestre

En un endroit donné, le champ magnétique terrestre
 10 est un vecteur que l'on définit dans le système d'axes local :



on emploie conventionnellement les termes suivants :

- composante verticale pour f_z
- composante horizontale pour $f_H = (f_x^2 + f_y^2)^{1/2}$
- déclinaison pour $\cos \delta = f_x / f_H$

Ce champ est la superposition d'un champ d'origine
 interne profonde, relativement constant, et d'un champ
 14 d'origine externe, beaucoup plus faible et qui fluctue en
 permanence. Ce dernier est dû aux variations des flux de
 particules chargées qui circulent dans l'ionosphère et dans
 la magnétosphère (dans les zones maritimes, s'y superpose un
 8 champ variable d'origine océanique, dû aux mouvements des
 masses d'eau de mer, conductrices).

Les composantes du champ externe variable sont
 traditionnellement désignées par H, pour la composante selon
 f_H , D, pour la composante perpendiculaire à f_H , et
 Z, pour la composante verticale. Dans ce qui suit, nous
 appellerons simplement "champ magnétique", la partie variable
 du champ, qui seule nous intéresse.

Ces variations peuvent se classer en deux catégories,

selon l'origine de l'énergie qui excite les fluctuations des courants ionosphériques et magnétosphériques :

1 - les variations régulières qui sont liées aux effets gravifique et thermique du soleil, et à l'effet gravifique de la lune sur la haute atmosphère ; elles peuvent être prévues dans une large mesure.

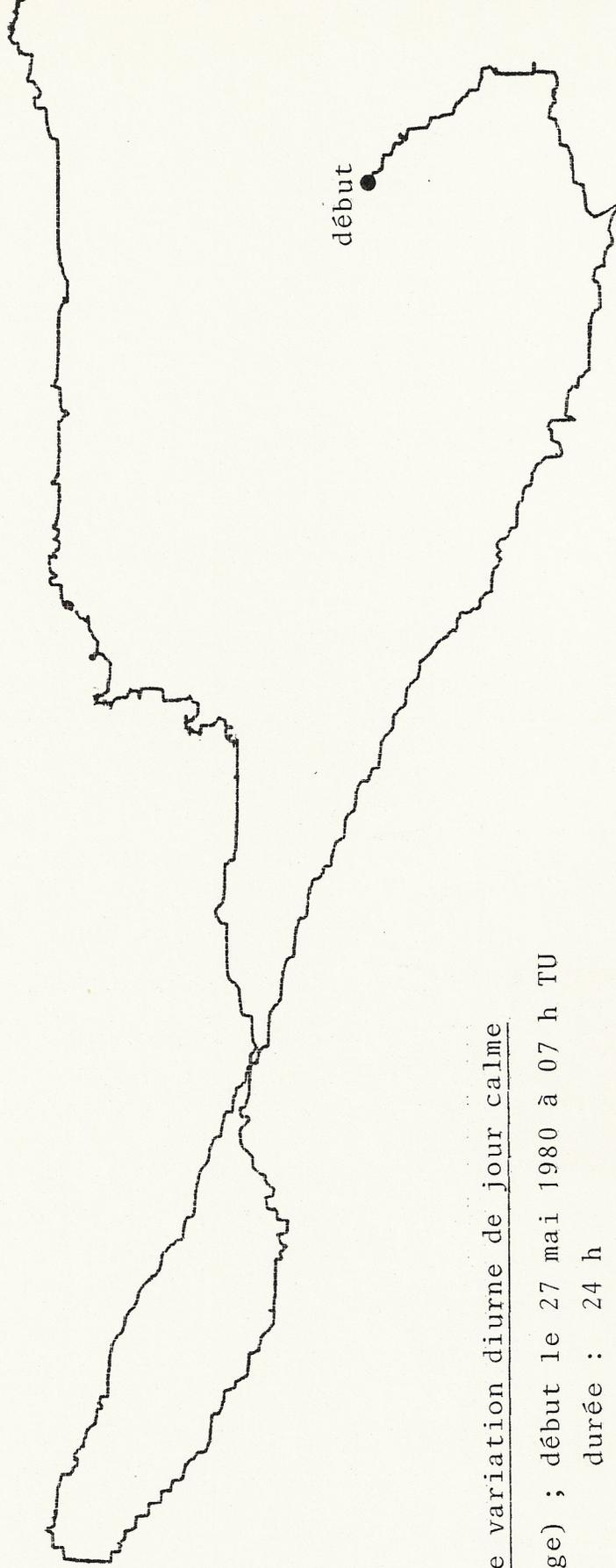
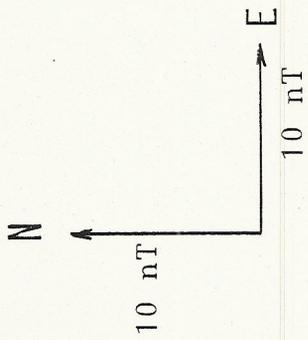
La planche 1 illustre, en coordonnées polaires (D,H), la variation diurne d'origine solaire ; la planche 2 représente les mêmes variations, mais représentées en fonction du temps.

2 - les variations irrégulières qui sont dues aux interactions de la magnétosphère et de l'ionosphère avec les flux de particules et de photons à haute énergie issus du soleil ; elles sont beaucoup plus intenses lors des périodes de forte activité solaire.

Illustrons trois formes courantes de ces variations irrégulières : planche 3, en coordonnées polaires, une variation diurne superposée à un orage magnétique, planche 4, les mêmes variations en fonction du temps, planche 5, un orage à début brusque (seul le début est reproduit) et planche 6, une baie magnétique

De par les fréquences dans lesquelles elles se situent, ce sont les variations irrégulières qui nous intéressent le plus pour induire des courants telluriques.

Ces variations ont, sous nos latitudes, une cohérence spatiale de plusieurs centaines de km ; ce qui justifie l'approximation de l'invariance du champ magnétique par translation utilisée dans les calculs du § 2.2.2 et du § 4.4

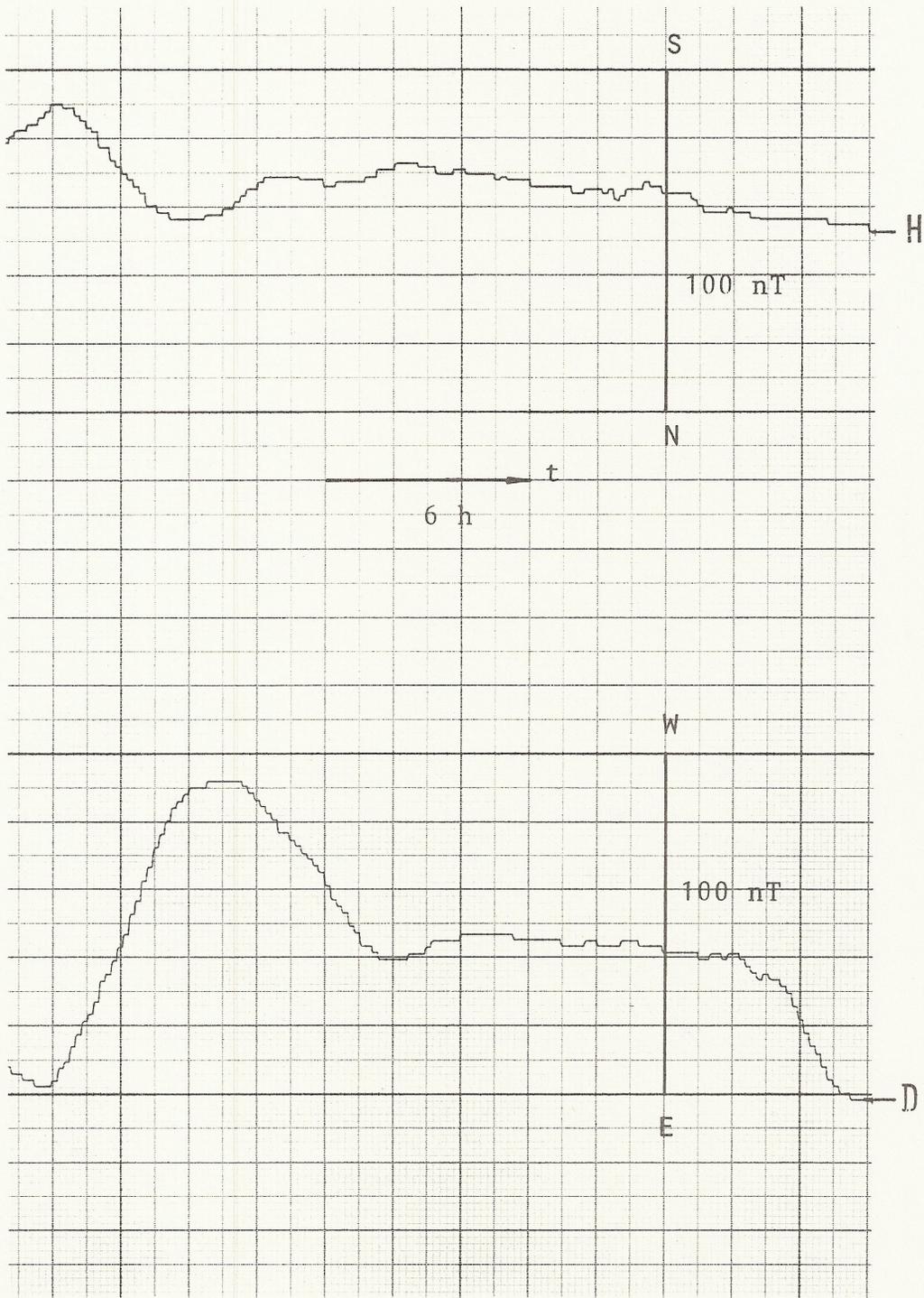


Hodographe d'une variation diurne de jour calme

Castillon (Ariège) ; début le 27 mai 1980 à 07 h TU

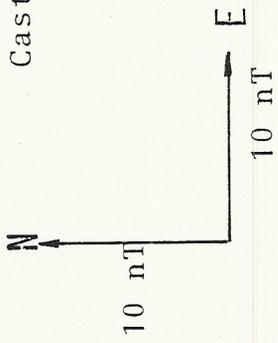
durée : 24 h

Même période que la planche précédente

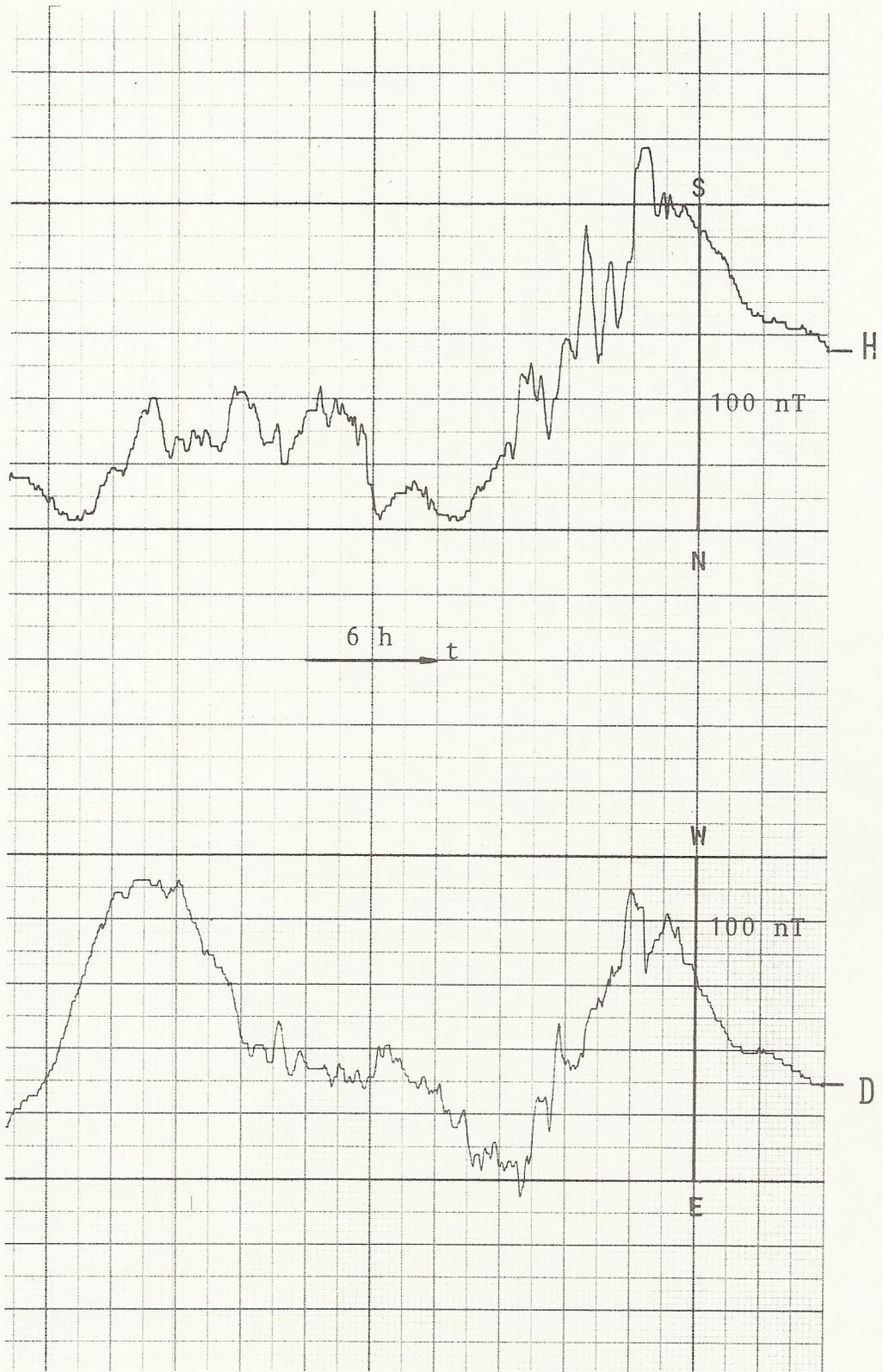


Hodographe d'une variation diurne agitée

Castillon (Ariège) ; début le 24 mai 1980 à 07 h TU
durée : 24 h

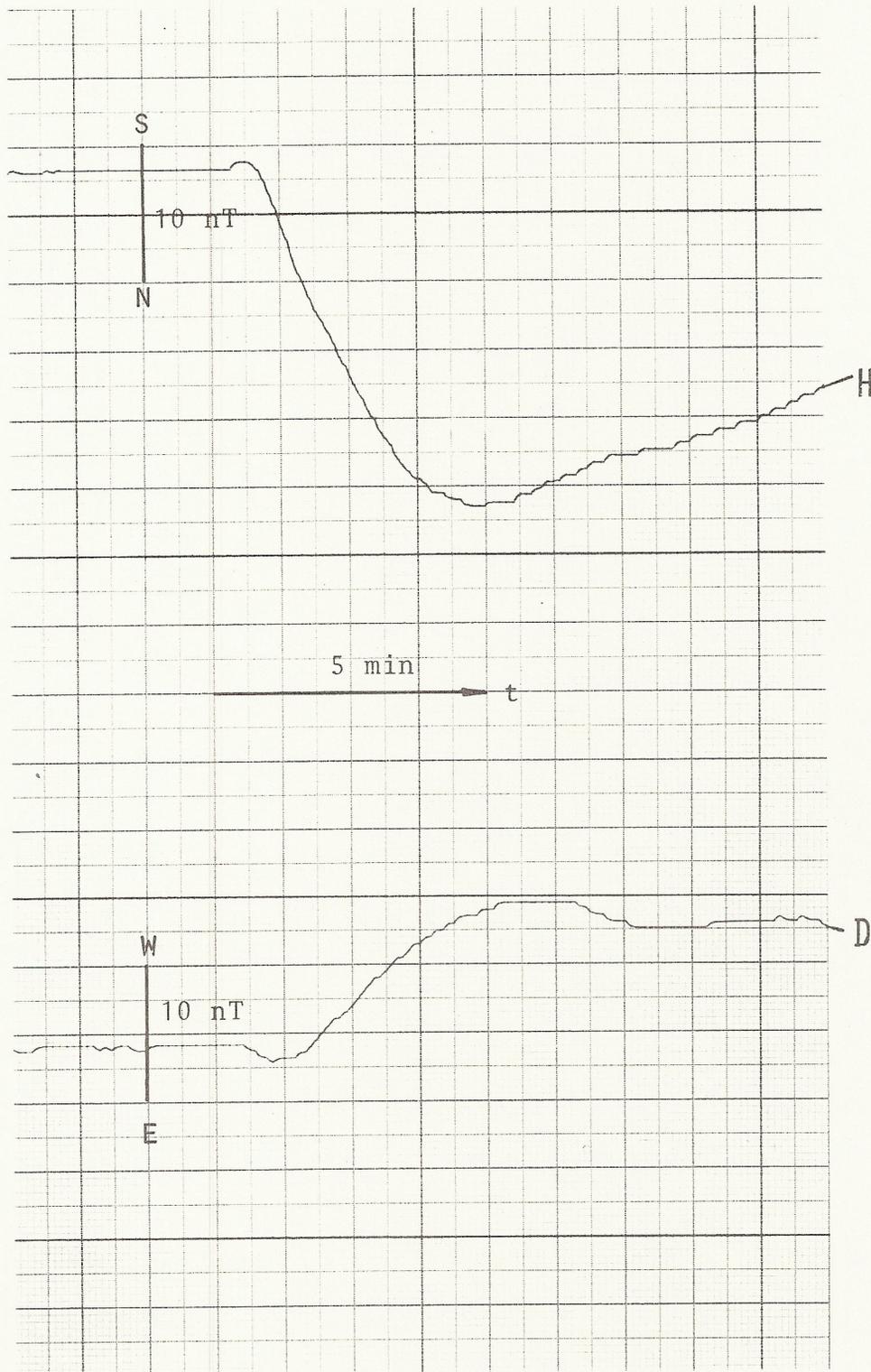


Même période que la planche précédente



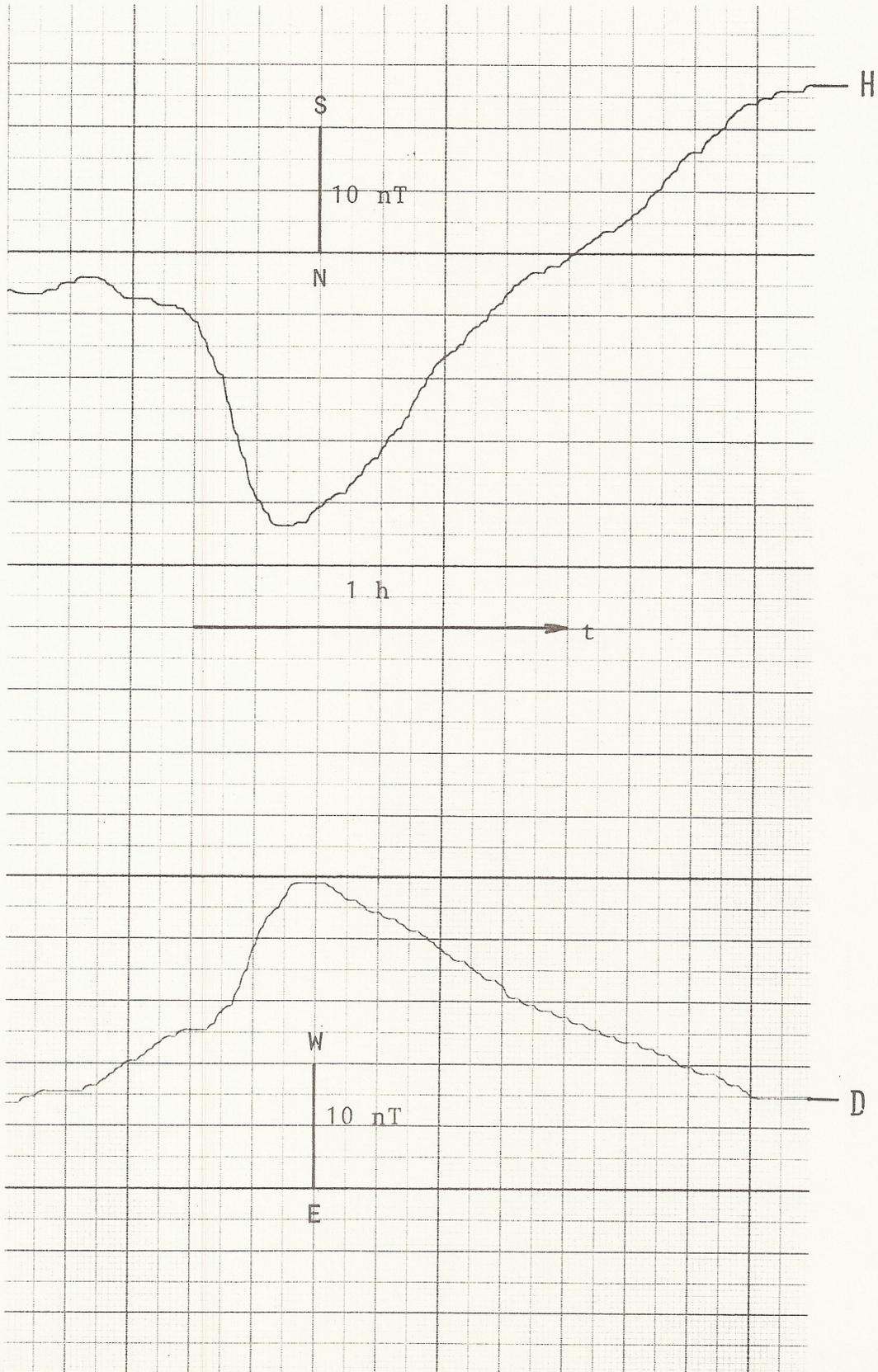
Orage magnétique à début brusque : le début

Castillon (Ariège) le 1 juin 1980 à 0 h TU



Baie magnétique

Castillon (Ariège) ; début le 23 mai 1980 à 13 h TU



4. résolution du problème direct de la méthode magnétotellurique

4.1. quelques rappels sur la causalité

Soit un système f , que nous appellerons "filtre".
Son signal de sortie $y(t)$ est une fonctionnelle E
du signal d'entrée $x(t)$:

$$f : x(t) \xrightarrow{f} y(t) = E(x(t))$$

Ssi ce filtre est linéaire

$$E(\sum c_i x_i(t)) = \sum c_i E(x_i(t))$$

et invariant par translation dans le temps

$$y(t) = E(x(t)) \Rightarrow y(t+\tau) = E(x(t+\tau)) \quad \forall \tau$$

alors cette fonctionnelle peut s'écrire comme une équation de convolution, où $f(t)$ est la réponse impulsionnelle du filtre :

$$y = f * x$$

D'autre part, ssi ce filtre est causal :

$$x(t) \equiv 0 \quad \forall t < t_0 \Rightarrow y(t) \equiv 0 \quad \forall t < t_0$$

la réponse impulsionnelle est telle que

$$f(t) \equiv 0 \quad \forall t < 0$$

(remarquons qu'un filtre linéaire n'est pas forcément causal, et qu'un filtre causal n'est pas forcément linéaire)
Par transformée de Fourier, on a un produit ordinaire dans le domaine fréquentiel :

$$Y(\omega) = F(\omega) X(\omega)$$

où $F(\omega)$ est la fonction de transfert de modulation du filtre.

19 Comment la propriété de causalité se propage-t-elle dans le domaine fréquentiel ?

Ecrivons

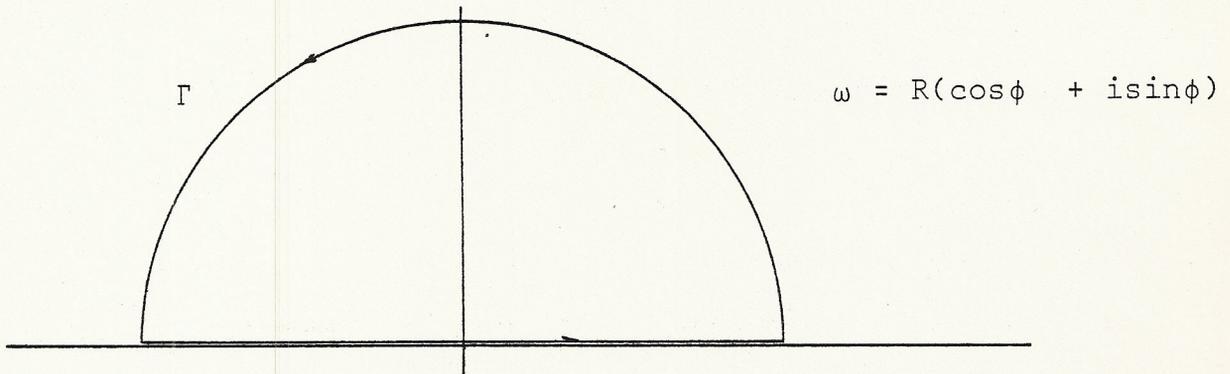
$$F(\omega) = \int f(t) \exp(i\omega t) dt$$

$F(\omega)$ peut être prolongée dans le plan ω complexe : elle sera analytique, puisque $\exp(i\omega t)$ l'est, sauf éventuellement en des pôles, là où l'intégrale diverge : $F(\omega)$ est donc une fonction méromorphe de la variable complexe ω .

Calculons :

$$I(t) = \oint F(\omega) \exp(-i\omega t) d\omega$$

sur le contour suivant :



A la limite $R \rightarrow \infty$, on a

$$I(t) = f(t) + \lim_{R \rightarrow \infty} \int_{\Gamma} \exp(-iRt \cos \phi + Rt \sin \phi) F(\omega) d\omega$$

$\sin \phi > 0$

Pour $t < 0$, - $f(t) = 0$ par hypothèse

- l'intégrale sur Γ tend vers 0 car $Rt \sin \phi < 0$ (à condition que $F(\omega)$ ne diverge pas plus que $\exp(-Rt)$!)

Donc $I(t) = 0$

La condition de causalité dans le domaine fréquentiel est : $F(\omega)$ n'a pas de pôle pour $\text{Im}(\omega) > 0$.

5 Pour les suites temporelles discrètes (supposées échantillonnées à un pas $\tau = 1$), il est agréable d'utiliser, au lieu de la transformée de Fourier, la transformée en Z :

$$F(Z) = \sum_t f_t Z^t \quad \text{où} \quad Z = \exp(i\omega t)$$

car Z apparaît alors comme l'opérateur de translation d'un pas d'échantillonnage dans le temps. La transformation conforme $\omega \rightarrow Z$ applique le demi-plan supérieur à l'intérieur du cercle $|Z| = 1$: pour que f_t soit causale, il faut que $F(Z)$ n'ait pas de pôle à l'intérieur du cercle unité.

Un filtre (supposé à présent d'office linéaire et invariant par translation) possède un inverse si

$$g(t) \mid x = g * y$$

A quelle condition un filtre causal possède-t-il un inverse également causal ?

$$Y(\omega) = F(\omega) X(\omega)$$

$$X(\omega) = G(\omega) Y(\omega)$$

$$F(\omega) G(\omega) = 1$$

Il faut que $G(\omega)$ n'ait pas de pôles pour $\text{Im}(\omega) > 0$, donc que $F(\omega)$ n'ait pas de zéro pour $\text{Im}(\omega) > 0$.

Un tel filtre est dit à phase minimum : il n'a ni pôle ni zéro pour $\text{Im}(\omega) > 0$.

Une condition équivalente est que

$$\ln F(\omega)$$

soit causal.

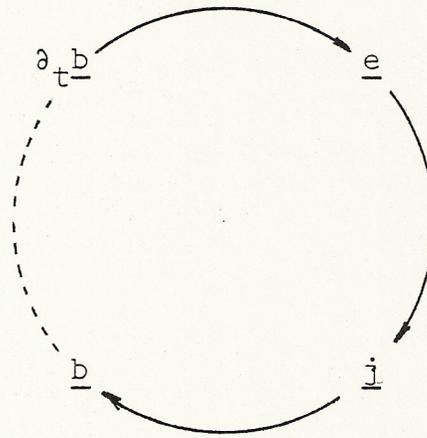
La condition correspondante, pour les suites échantillonnées, est que la transformée en Z n'ait ni pôle ni zéro à l'intérieur du cercle $|Z| = 1$

4.2. la causalité en électrodynamique

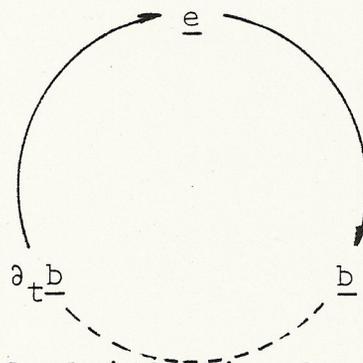
Les phénomènes qui provoquent le couplage des champs \underline{b} et \underline{e} sont, microscopiquement :

- la loi de Faraday : une variation du champ d'induction $\partial_t \underline{b}$ provoque un champ électrique \underline{e}
- la loi d'Ohm : un champ électrique \underline{e} provoque un courant \underline{j}
- la loi de Biot-Savart : un courant \underline{j} provoque un champ d'induction \underline{b}

que nous représentons schématiquement par



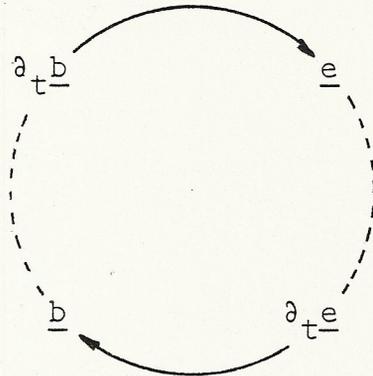
La loi d'Ohm établissant une simple proportionnalité instantanée et ponctuelle entre \underline{e} et \underline{j} , sans faire intervenir de dérivée d'espace ni de temps, notre schéma peut se simplifier en :



La loi d'Ohm et la loi de Biot-Savart agissent donc comme un filtre, dont le signal d'entrée est \underline{e} et le signal de sortie \underline{b} ; de même, la loi de Faraday agit comme un filtre dont le signal d'entrée est $\partial_t \underline{b}$ et le signal de sortie \underline{e} . Chacun de ces filtres est causal, mais ils ne sont pas inverses l'un de l'autre !

Dans le cas simplifié du sous-sol homogène, ces propriétés de causalité se sont traduites par la présence de la fonction de Heaviside $h(t)$ dans les réponses impulsionnelles $w(t)$.

Remarquons que le schéma ci-dessus, comportant une seule dérivée du 1^o ordre, n'est pas invariant par renversement du temps, ce qui traduit le caractère dissipatif de la conduction. Dans le vide, la loi d'Ohm disparaissant et seuls les courants de déplacement subsistant, on aurait le schéma



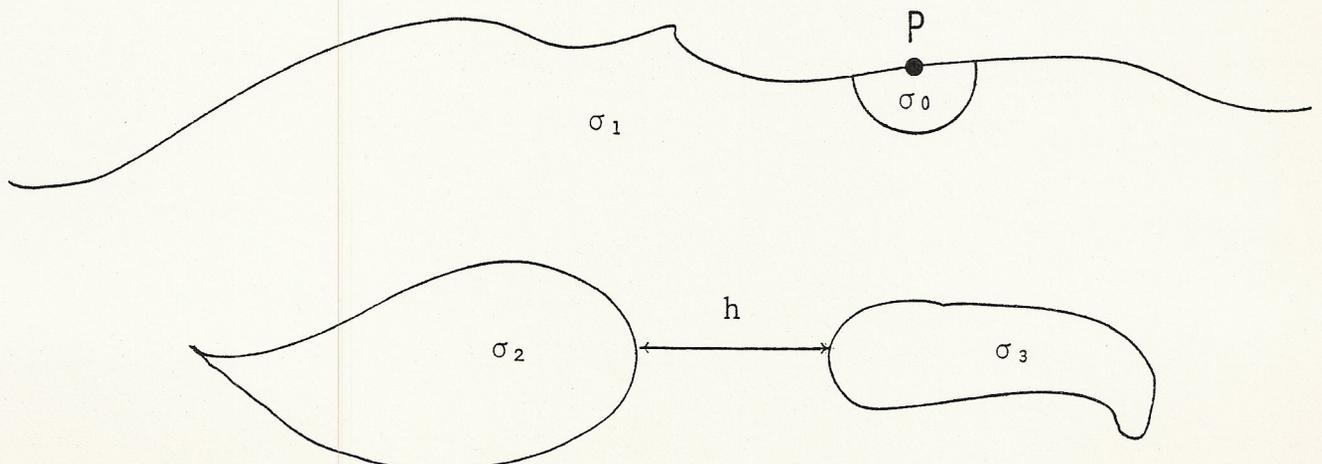
qui lui (au signe d'un des champs près) est invariant par renversement du temps.

4.3. forme générale du tenseur d'impédance magnétotellurique

Réécrivons (9), en laissant tomber les indices que l'on supposera implicites :

$$B_o(P;\omega) = \Phi(\omega; \sigma(\underline{r})) E_o(P;\omega)$$

et soit un milieu absolument quelconque caractérisé par $\sigma = \sigma(\underline{r})$.



En toute généralité, on peut décrire ce milieu :

- par un facteur d'échelle géométrique h , ayant les dimensions d'une longueur ; par exemple, la distance entre deux détails de la structure
- par un facteur d'échelle électrique σ_0 , par exemple la conductivité au voisinage de P
- par une fonction sans dimensions d'une variable réduite sans dimensions

$$\tilde{\sigma}(\underline{\tilde{r}}) \quad | \quad \tilde{\sigma} = \frac{\sigma}{\sigma_0} \quad \text{et} \quad \underline{\tilde{r}} = \frac{\underline{r}}{h}$$

qui caractérise la distribution de conductivité par rapport à σ , et l'échelle de la structure par rapport à h ; seule l'existence de $\tilde{\sigma}$ nous intéresse dans la suite.

Les dimensions physiques (MLTQ) des champs sont les suivantes

$$\begin{aligned} \dim(B) &= (1 \quad 0 \quad -1 \quad -1) \\ \dim(E) &= (1 \quad 1 \quad -2 \quad -1) \end{aligned}$$

Les dimensions physiques du tenseur d'impédance sont donc, pour respecter l'homogénéité dimensionnelle de l'équation (9) :

$$\begin{aligned} \dim(\phi) &= (1 \quad 0 \quad -1 \quad -1) - (1 \quad 1 \quad -2 \quad -1) \\ &= (0 \quad -1 \quad 1 \quad 0) \end{aligned}$$

Les autres grandeurs dimensionnelles intervenant dans le problème sont

$$\begin{aligned} \dim(\mu) &= (1 \quad 1 \quad 0 \quad -2) \\ \dim(\sigma_0) &= (-1 \quad -3 \quad 1 \quad -2) \\ \dim(\omega) &= (0 \quad 0 \quad -1 \quad 0) \\ \dim(h) &= (0 \quad 1 \quad 0 \quad 0) \end{aligned}$$

¹⁶ En vertu du théorème d'analyse dimensionnelle de Buckingham, ϕ sera le produit d'une combinaison Π_0 de ces 4 grandeurs, ayant les dimensions (0 -1 1 0), par une fonction $\tilde{\phi}$ sans dimensions de tous les Π_i non-dimensionnels indépendants que l'on peut construire à partir de ces 4 grandeurs, et de $\tilde{\sigma}$:

$$\Phi(\omega; \sigma(\underline{r})) = \Pi_0 \tilde{\Phi}(\{\Pi_i\}; \tilde{\sigma}(\underline{r})) \quad (11)$$

On a en tout 6 grandeurs dimensionnelles : B, E, ω , μ , σ et h ; la base de l'espace dimensionnel étant de dimension 4 (M, L, T et Q), il n'existera que 6-4=2 combinaisons linéaires indépendantes des 6 grandeurs : Π_0 , et un seul Π_1 . Soient :

$$\Pi_0 = \mu^\alpha \sigma^\beta \omega^\gamma h^\delta \quad \dim(\Pi_0) = (0 \ -1 \ 1 \ 0)$$

$$\Pi_1 = \mu^a \sigma^b \omega^c h^d \quad \dim(\Pi_1) = (0 \ 0 \ 0 \ 0)$$

On doit résoudre en nombres rationnels les systèmes linéaires suivants :

$$D \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad D \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{où} \quad D = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & -3 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ -2 & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (12)$$

On voit que la matrice D est singulière et de rang 3 ; le second système (12) possède donc une infinité de solutions. Choisissons $d = 1$, d'où

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/2 \\ 1/2 \\ 1/2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \Pi_1 = \sqrt{\omega\mu\sigma} \ h$$

On voit également que le premier système (12) est compatible ; en prenant pour simplifier $\delta = 0$, on a

$$\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/2 \\ 1/2 \\ -1/2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \Pi_0 = \sqrt{\mu\sigma} \ \omega^{-1/2}$$

d'où la forme générale de Φ en reportant Π_0 et Π_1 dans (11)

Mais on peut dire beaucoup plus sur le tenseur Φ sans avoir recours explicite à la structure du milieu et aux équations de Maxwell.

On a en effet les informations supplémentaires suivantes :

- 1- les signaux \underline{b} et \underline{e} sont réels ; la réponse impulsionnelle du terrain est donc réelle et chacune des composantes du tenseur doit être hermitique
- 2- Φ et Ψ sont des fonctions de transfert de filtres causaux, qui ont donc les propriétés énoncées aux paragraphes précédents.

1- La condition d'hermiticité est

$$\Phi(\omega) = \Phi^*(-\omega)$$

Posons

$$\tilde{\Phi}(\sqrt{\omega\mu\sigma} h; \tilde{\sigma}) = i^{1/2} G(\sqrt{-i\omega\mu\sigma} h; \tilde{\sigma})$$

alors il reste comme condition d'hermiticité

$$G(\sqrt{-i\omega} \dots) = G^*(\sqrt{-i\omega} \dots)$$

les composantes de G sont donc des fonctions qui prennent des valeurs réelles sur l'axe imaginaire positif du plan ω .

2- de la causalité $\underline{e} \rightarrow \underline{b}$, il résulte que Φ , donc $\tilde{\Phi}$, donc G , donc également $\det(G)$ ne peut avoir de pôle pour $\text{Im}(\omega) > 0$.

De la causalité $\partial_t \underline{b} \rightarrow \underline{e}$, il résulte que Ψ ne peut avoir de pôle pour $\text{Im}(\omega) > 0$.

Mais Ψ est construit à partir de Φ par (10) : en inversant par la règle de Cramer, on constate que les pôles de Ψ ne peuvent provenir que de zéro de $\det(\Phi)$ (sauf celui en $\omega = 0$). Donc $\det(G)$ ne peut avoir ni pôle ni zéro pour $\text{Im}(\omega) > 0$.

Dès lors, pour une configuration totalement arbitraire du terrain, le tenseur d'impédance magnétotellurique s'écrit sous la forme générale :

$$\Phi(\omega; \sigma(\underline{r})) = (\mu\sigma)^{1/2} (-i\omega)^{-1/2} G((-i\omega\mu\sigma)^{1/2} h; \tilde{\sigma}(\underline{\tilde{r}})) \quad (13)$$

- où
- G est une fonction à phase minimum de ω
 - G prend des valeurs réelles sur l'axe imaginaire positif du plan ω

Toute l'information sur le sous-sol est portée par le tenseur G . En particulier, en comparant à 8, on constate que $G \equiv 1$ pour un sol homogène.

L'utilisation de G dans le traitement numérique des signaux présentera donc l'avantage de séparer ce qui est dû aux contraintes dimensionnelles et causales, de ce qui est fonction de la structure du sous-sol ; en particulier, cela nous permettra d'"extraire" le pôle en $\omega = 0$, qui est toujours désagréable dans les calculs sur machine.

4.4. fonction de transfert d'un sol à stratification horizontale plane

Soit un sous-sol conducteur à stratification horizontale plane, dans lequel on a $\sigma = \sigma(z)$; ce milieu est invariant par translation selon Ox et Oy . Supposons qu'à partir d'une certaine profondeur z_n , σ soit constant :

$$\sigma(z) = \sigma_0 \quad \forall \quad z > z_n$$

Nous supposons de plus que les sources du champ électromagnétique jouissent de la même symétrie de translation (ce qui, expérimentalement, est justifié par la cohérence des variations du champ magnétique terrestre sur des étendues largement supérieures à la longueur caractéristique de l'effet de peau); dans les équations de Maxwell, nous pourrions donc partout faire $\partial_x = 0$ et $\partial_y = 0$.
Il nous reste alors, dans le domaine fréquentiel :

$$\partial_z E_x = i\omega B_y$$

$$-\partial_z E_y = i\omega B_x$$

$$0 = i\omega B_z$$

$$\partial_z B_x = \mu\sigma E_y$$

$$-\partial_z B_y = \mu\sigma E_x$$

$$0 = \mu\sigma E_z$$

Remarquons d'abord que, dans ce cas, $B_z = 0$: le champ magnétique mesuré à la surface d'un terrain à stratification plane est horizontal.

D'autre part, on constate qu'il y a découplage entre $\{E_x, B_y\}$ et $\{E_y, -B_x\}$: il suffit de résoudre l'un des systèmes d'ordre 2, par exemple

$$\partial_z \begin{pmatrix} E_x \\ B_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & i\omega \\ -\mu\sigma(z) & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ B_y \end{pmatrix}$$

que nous écrivons

$$\partial_z X = A(z) X \quad (14)$$

que l'on peut encore écrire

$$X(z + \delta z) = (1 + A(z)\delta z) X(z)$$

Soit

$$\delta z = \lim_{k \rightarrow \infty} \xi/k \quad \xi \text{ fini}$$

Alors

$$X(z + \xi) = \lim_{k \rightarrow \infty} (1 + \delta z A(z + (k-1)\delta z)) \times \dots \times (1 + \delta z A(z)) X(z)$$

que nous écrivons formellement comme

$$X(z + \xi) = \exp \left[\int_z^{z+\xi} A(z) dz \right] X(z)$$

En particulier, les champs en surface X_0 seront liés aux champs à la profondeur z_n à partir de laquelle nous avons supposé la conductivité constante par

$$\begin{pmatrix} E_0 \\ B_0 \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} E(z_n) \\ B(z_n) \end{pmatrix} \quad (15)$$

où

$$M = \exp \left[- \int_0^{z_n} A(z) dz \right]$$

Seule la fonction de transfert du terrain nous intéresse :

$$B_0/E_0 = \frac{M_{21}E(z_n) + M_{22}B(z_n)}{M_{11}E(z_n) + M_{12}B(z_n)}$$

Mais $B(z_n)/E(z_n)$ est la fonction de transfert d'un terrain homogène infini de conductivité σ_0 ; nous l'avons calculée au chapitre 2.

On a donc :

$$\Phi(\omega; \sigma(z)) = \frac{M_{21} + (\mu\sigma_0)^{1/2} W(\omega) M_{22}}{M_{11} + (\mu\sigma_0)^{1/2} W(\omega) M_{12}} \quad (16)$$

Pour calculer M explicitement, approchons A(z) par une fonction en escalier :

$$A(z_{i-1} < z < z_i) = A_i \quad i := 1, n$$

$$A(z \geq z_n) = A_0$$

et soient

$$h_i = z_i - z_{i-1}$$

$$N_i = \exp(-A_i h_i)$$

On a alors

$$M = \prod_i N_i \quad i := 1, n$$

Développons l'exponentielle de N en série (les indices i sont omis dans ce calcul)

$$N = \sum_j \frac{(Ah)^{2j}}{2j!} - \frac{(Ah)^{2j+1}}{(2j+1)!}$$

On vérifie que

$$A^2 = \lambda^2 I \quad \text{où} \quad \lambda = \sqrt{-i\omega\mu\sigma} \quad (17)$$

et donc

$$A^{2j} = \lambda^{2j} I \quad \text{et} \quad A^{2j+1} = \lambda^{2j} A$$

D'où

$$N = I \operatorname{ch}\lambda h - \frac{A}{\lambda} \operatorname{sh}\lambda h \quad (18)$$

Le problème direct est donc entièrement résolu : il suffit d'effectuer le produit de n matrices de type (18),

dans l'ordre des indices i croissant de gauche à droite, et de reporter dans (16) pour avoir l'expression de la fonction de transfert.

La matrice N s'écrit explicitement :

$$N = \begin{pmatrix} \text{ch}\lambda h & -\frac{i\omega}{\lambda} \text{sh}\lambda h \\ \frac{\mu\sigma}{\lambda} \text{sh}\lambda h & \text{ch}\lambda h \end{pmatrix} \quad (19)$$

A titre d'exemple, montrons quelle est l'expression explicite de la fonction lorsque $n=1$: une couche homogène d'épaisseur h et de conductivité σ recouvrant un sous-sol infini de conductivité ρ .

En reportant (19) dans (16), après nettoyage :

$$\Phi(\omega; \sigma, \rho, h) = (\mu\sigma)^{1/2} (-i\omega)^{-1/2} \frac{\text{th}\lambda h + (\rho/\sigma)^{1/2}}{1 + (\rho/\sigma)^{1/2} \text{th}\lambda h} \quad (20)$$

qui est bien de la forme générale annoncée au paragraphe précédent.

On remarquera que (20) n'est rien d'autre que la formule "2 terrains" de Cagniard, à des identités trigonométriques près.

5. le sondage géomagnétique différentiel

5.1. principe

La méthode magnétotellurique ne conduit à des résultats facilement interprétables que lorsque la géologie s'écarte peu de la stratification horizontale. Dès qu'il y a d'importantes anomalies latérales de conductivité, il faudrait en principe déterminer les champs complets $\underline{B}_o(P;\omega)$ et $\underline{E}_o(P;\omega)$, et résoudre le problème inverse dans toute sa généralité, ce qui est hors de question en pratique. On peut cependant obtenir des informations au moins sur la géométrie d'une anomalie, par la seule mesure de $\underline{b}_o(P)$.

Considérons, circulant dans un sous-sol homogène de conductivité σ , une nappe \underline{j} de courants alternatifs de Foucault, induite par les variations du champ magnétique extérieur ; nous savons (4.4.) que le champ magnétique mesuré en surface est uniforme, et de plus que sa composante b_z est nulle.

Supposons \underline{j} et \underline{e} polarisés selon Ox, et \underline{b} selon Oy (voir figure page suivante).

Introduisons une anomalie de conductivité : par exemple, un cylindre de conductivité $\sigma' > \sigma$ d'axe parallèle à Oy, de profondeur h et de rayon r. La densité de courant \underline{j}' à l'intérieur de cette anomalie sera supérieure à \underline{j} :

$$\underline{j}' = \sigma' \underline{e} > \sigma \underline{e} = \underline{j}$$

Le champ magnétique mesuré en un point P ($h\xi, 0, 0$) de l'axe Ox sera donc le champ \underline{b} que nous aurions en l'absence d'anomalie, plus le champ \underline{b}' créé par un courant $(\underline{j}' - \underline{j})$ circulant dans l'anomalie :

$$\underline{b}' = \frac{\mu r^2 (\underline{j}' - \underline{j})}{2 h} \frac{(1, 0, \xi)}{1 + \xi^2} \quad (21)$$

A l'examen de cette relation, nous constatons que l'existence d'une anomalie de conductivité en profondeur se traduit en surface par l'existence d'un champ magnétique non uniforme

De plus, il cesse d'être horizontal : on peut donc associer l'existence d'une composante verticale non nulle du champ magnétique à l'existence d'une anomalie de conductivité.

D'où une première méthode simple pour mettre en évidence les anomalies : mesurer la composante verticale du champ magnétique variable. C'est le sondage géomagnétique classique. Cette méthode a permis la mise en évidence de très nombreuses anomalies de conductivité proches de la surface.

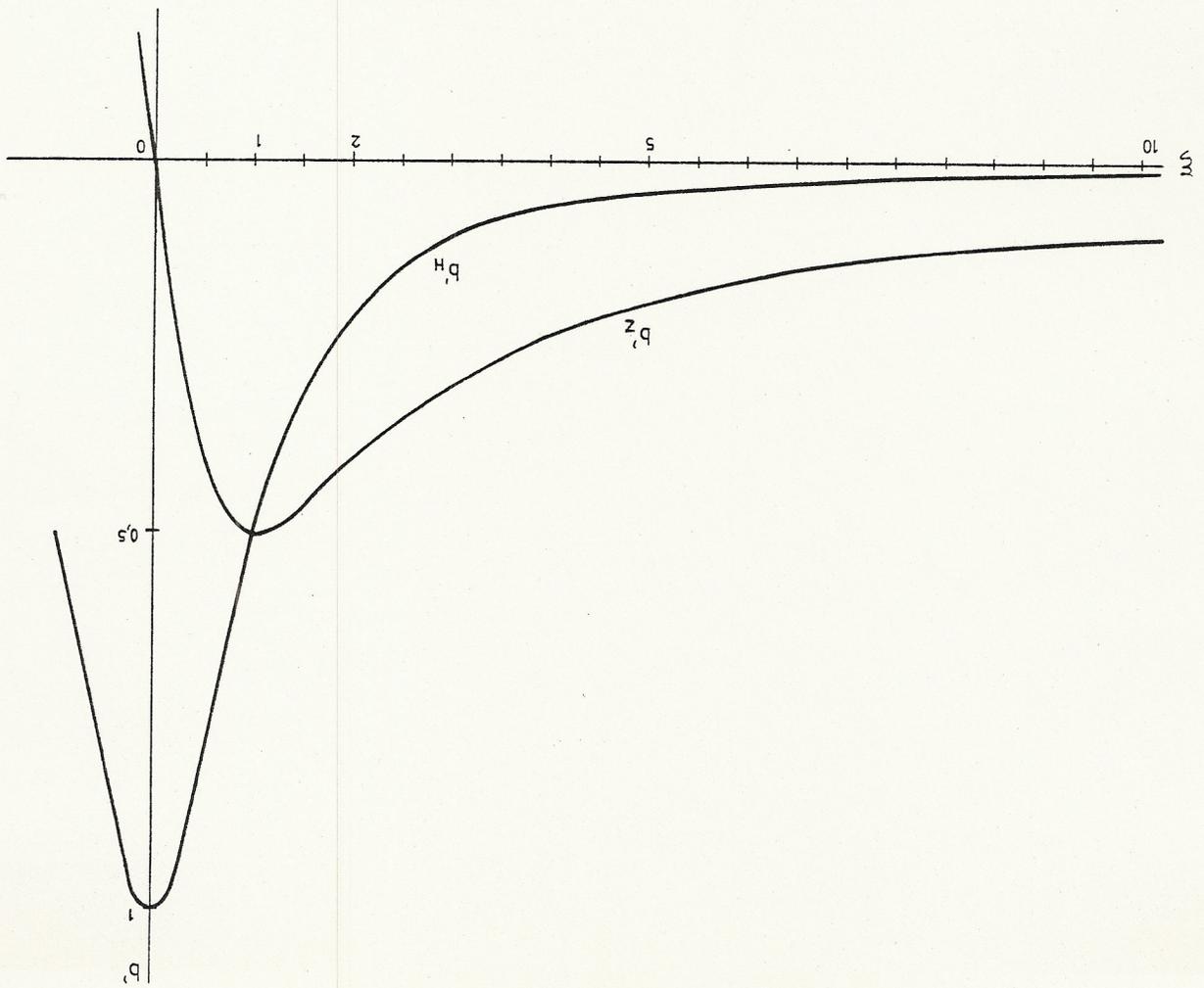
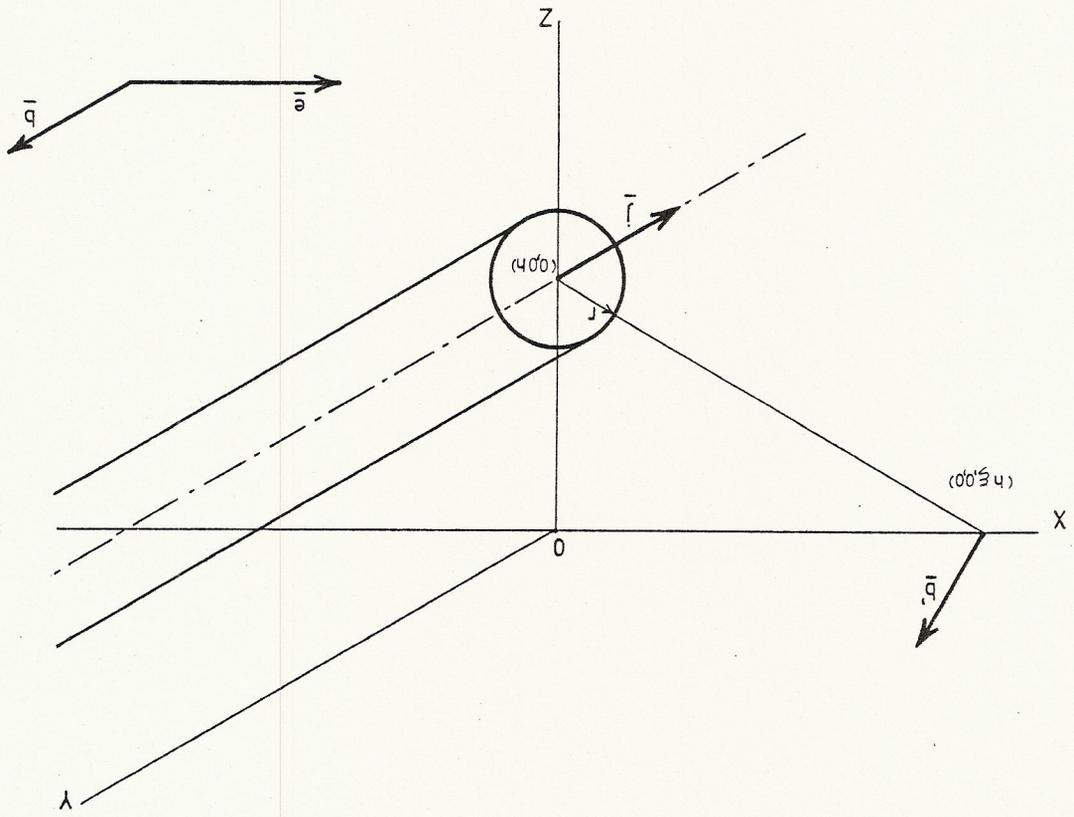
Elle possède deux inconvénients majeurs :

- elle a une très faible résolution spatiale, car le champ anormal vertical ne décroît que comme $1/\xi$ (voir (21))
- une mesure ponctuelle d'une composante b'_z anormale ne donne aucune indication sur la direction de l'anomalie.

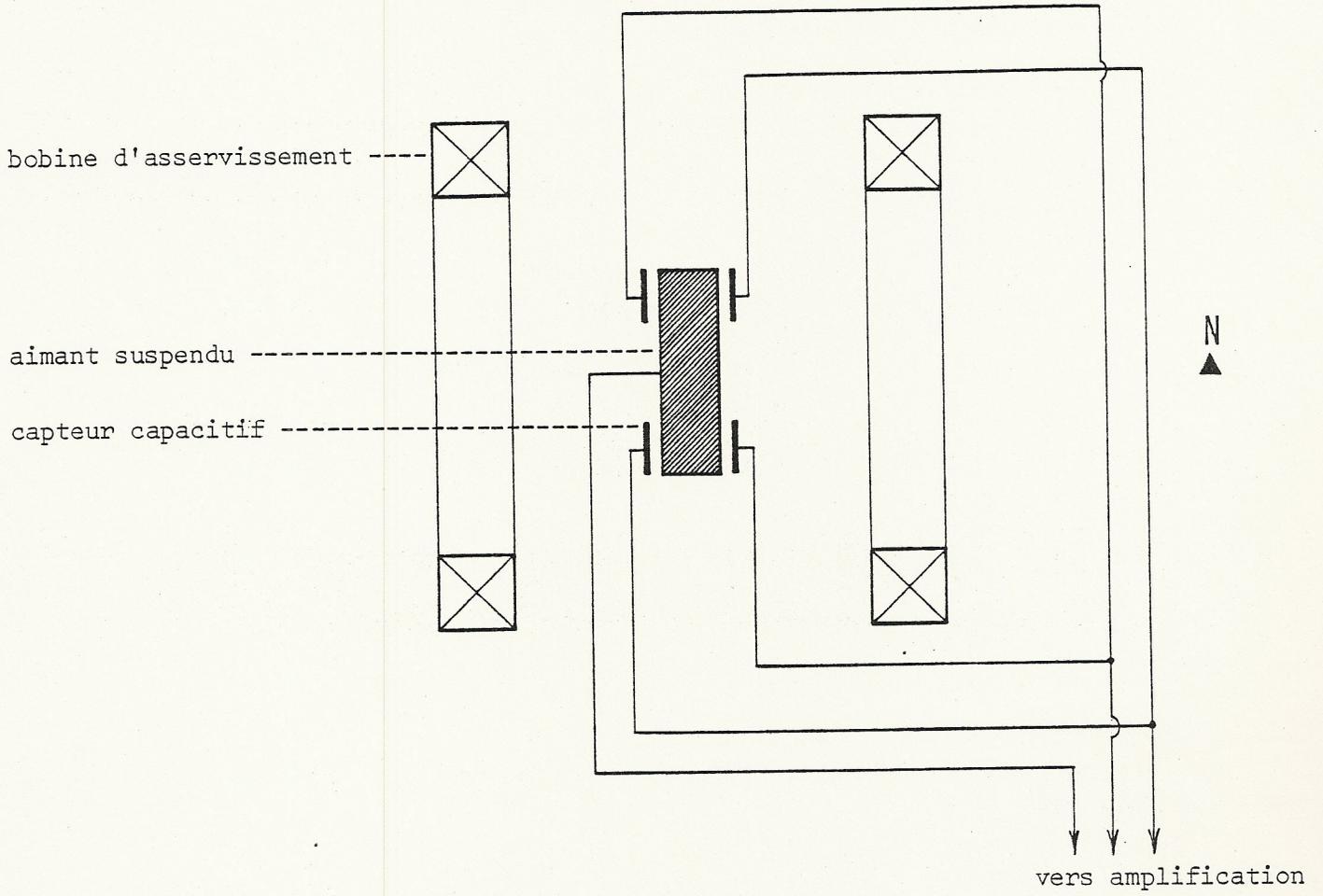
On constate par contre que la composante horizontale n'a pas ces défauts : elle décroît beaucoup plus rapidement - en $1/\xi^2$ - et a donc une résolution spatiale beaucoup plus précise ; de plus, une mesure ponctuelle de la composante horizontale anormale totale $b'_{x-x} + b'_{y-y}$ donne immédiatement la direction de l'anomalie, puisqu'elle lui est perpendiculaire. Malheureusement, alors que l'existence seule d'un champ vertical suffisait à mettre une anomalie en évidence, ce n'est plus le cas pour le champ horizontal : c'est la somme de la partie anormale et de la partie normale qui est accessible à la mesure ; il faut arriver à les séparer. Pour cela, on doit soustraire du champ mesuré au voisinage d'une anomalie, le champ en un endroit qui est connu pour être normal, que l'on appellera "station de référence".

²
1 Cette méthode est le sondage géomagnétique différentiel. Instrumentalement, elle est plus délicate à mettre en œuvre, et nécessite un appareillage élaboré : il faut en effet effectuer une soustraction parfaitement synchrone de signaux mesurés à plusieurs dizaines de km l'un de l'autre, soit en temps réel en disposant de télémétrie radio, soit en temps différé en resynchronisant les enregistrements à posteriori.

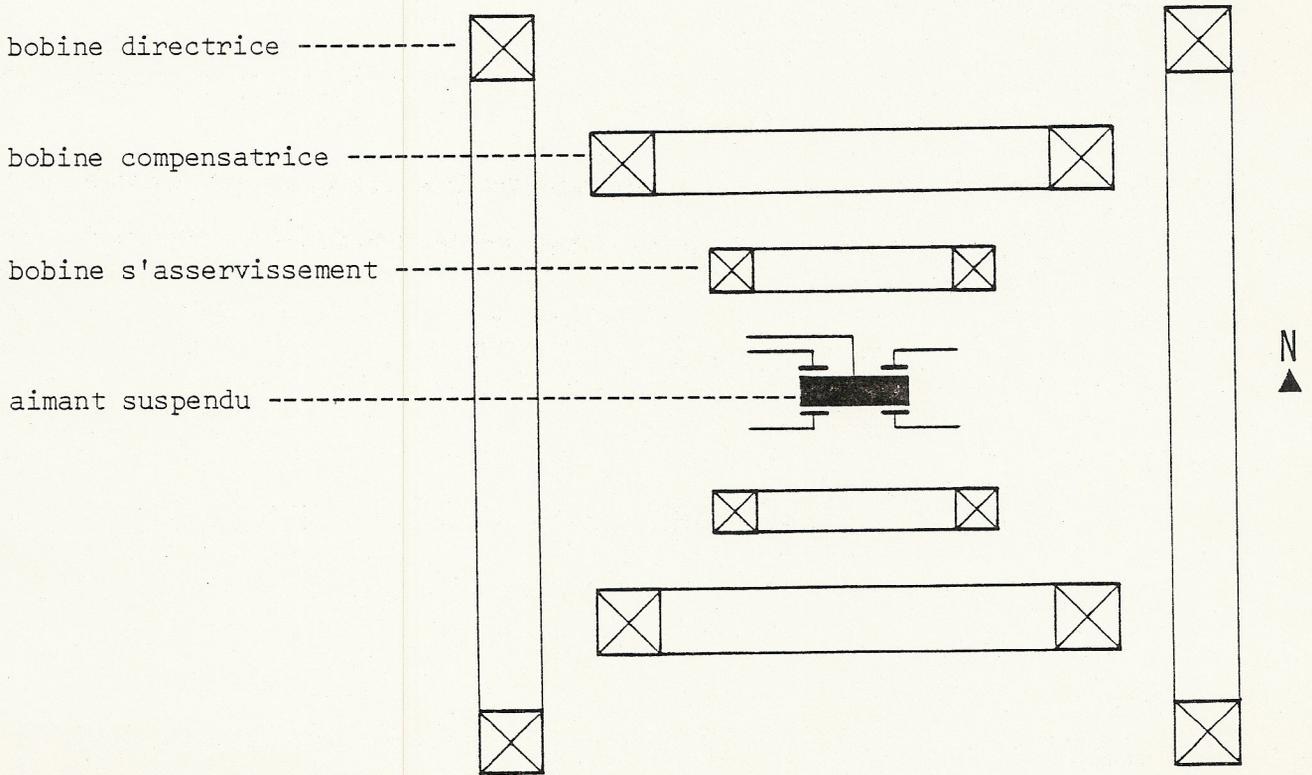
Un tel système a été développé ces dernières années au Laboratoire de Géomagnétisme du CNRS ; nous le décrivons en détails au paragraphe suivant.



D-MÈTRE



H-MÈTRE

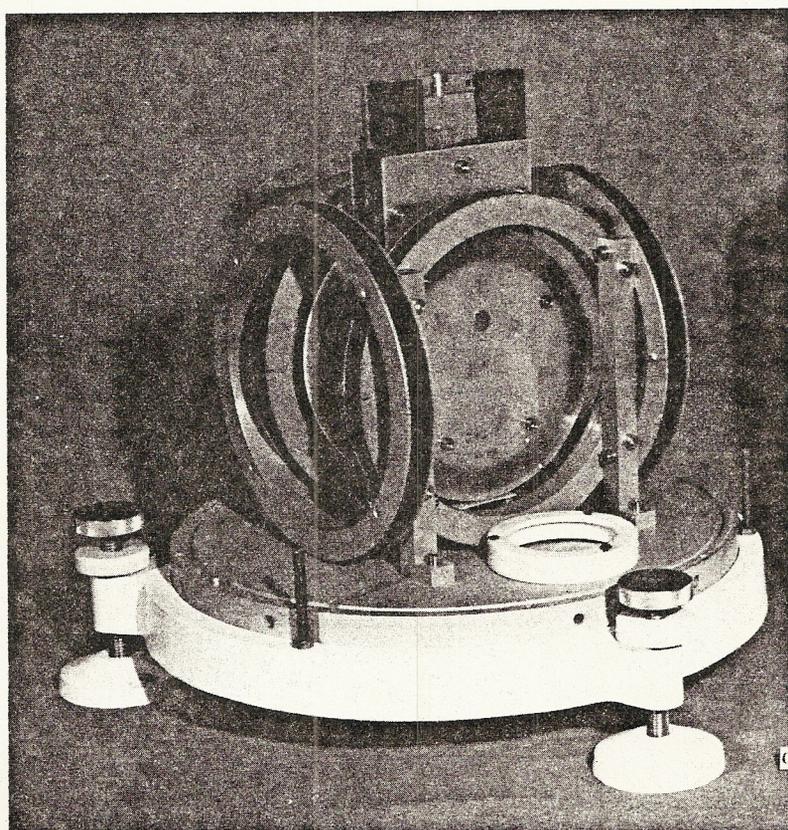


5.2. description de l'appareillage

18 Les magnétomètres horizontaux sont du type Mosnier-Yvetot. Ce sont des variomètres à aimant suspendu, à asservissement du champ.

Le principe du variomètre D consiste à opposer aux variations θ du champ magnétique terrestre perpendiculaires à la direction N-S de l'aimant, un champ θ' produit par deux bobines en position de Helmholtz, parcourues par un courant I variable. Ce courant est fourni par un circuit d'asservissement, qui utilise comme signal d'entrée l'écart de l'aimant à une position de référence (mesuré par un capteur capacitif), et maintient en permanence $\theta - \theta'$ au voisinage de 0. La mesure de I donne alors la valeur de δD (voir dessin page suivante).

Le variomètre H est dérivé du variomètre D par l'adjonction de deux paires de bobines en position de Helmholtz, parcourues par un même courant I fixe dans le temps, et réglé lors de l'installation de l'appareil. La première paire annule la composante N-S du champ magnétique terrestre constant, la seconde paire rétablit un champ directeur de même module, mais orienté E-W.



La photo ci-contre montre un variomètre H, débarrassé de sa coiffe de protection.

On distingue au centre la cage de l'aimant et du capteur capacitif, et autour les deux paires de bobines de Helmholtz effectuant la rotation de 90° de la composante horizontale du champ magnétique terrestre. L'électronique d'asservissement est logée dans un boîtier séparé.

Ces appareils ont une bande passante du continu à 0,2 Hz ; ils ont une gamme de mesure de ± 200 nT, et une sensibilité de l'ordre de 20 pT. Leur dérive thermique étant inférieure à 20 pT/K, ils peuvent être utilisés sur le terrain et posés à même le sol sans autre protection qu'une caisse doublée de mousse isolante.

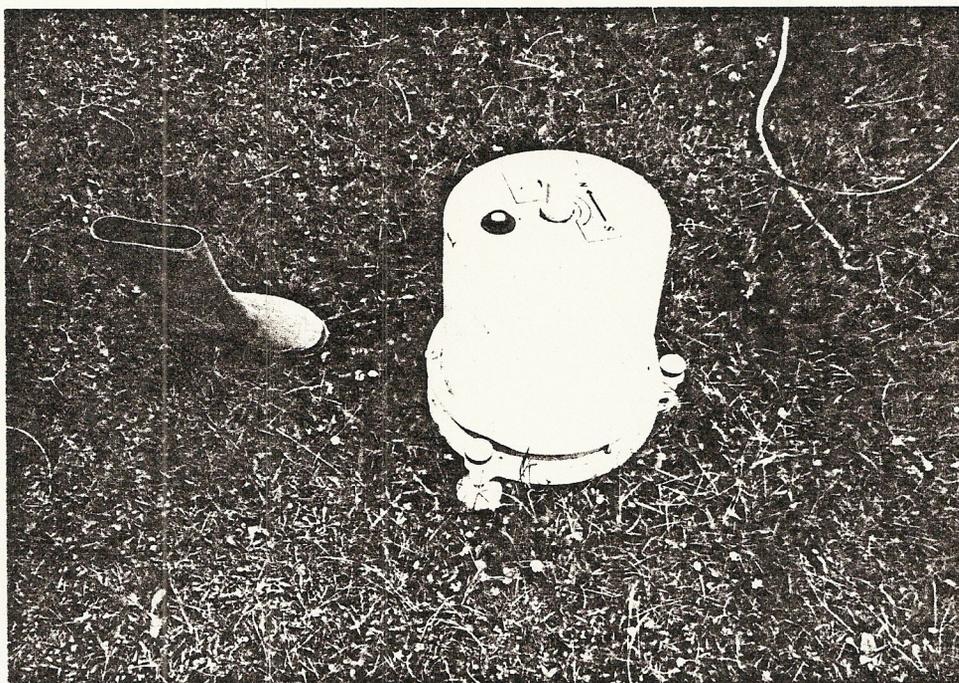
Les signaux de sortie analogiques sont ensuite digitalisés sur 12 bits, avec un pas de 0,1 nT, puis échantillonnés à une cadence réglable (typiquement 4 s pour éviter les phénomènes de repliement du spectre) pilotée par une horloge à quartz, et enregistrés sur mini-cassette .

A chaque relève de la cassette, l'horloge à quartz est resynchronisée sur une horloge-mère de référence.

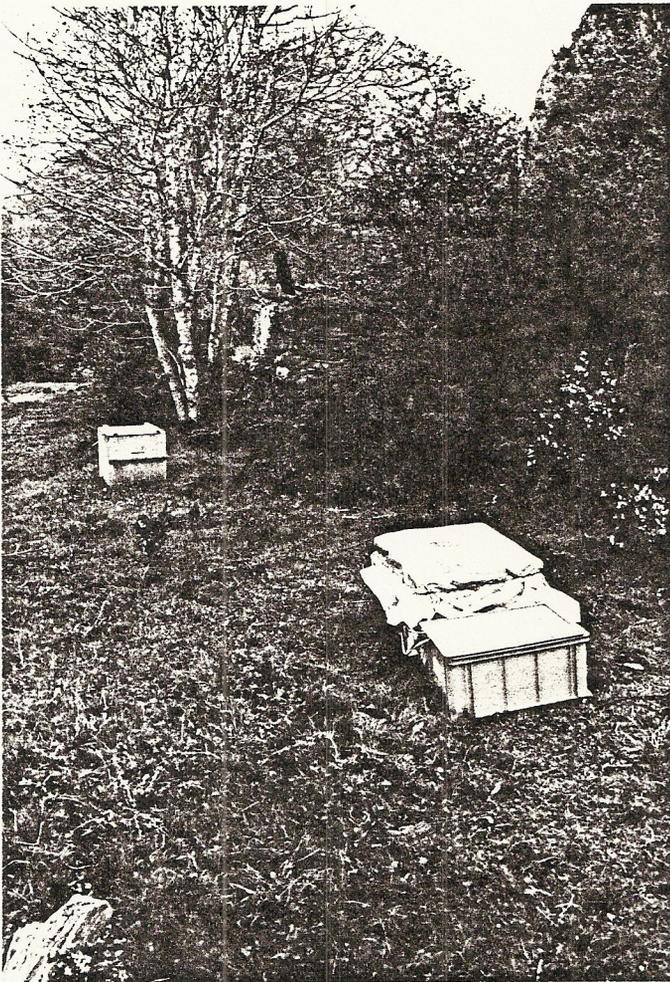
L'électronique d'asservissement et l'unité d'acquisition digitale sont abritées dans un conteneur isolé thermiquement.

Un groupe de batteries au Pb alimente l'ensemble, qui représente environ 150 kg de matériel.

Les photos ci-dessous montrent une station installée sur le terrain.



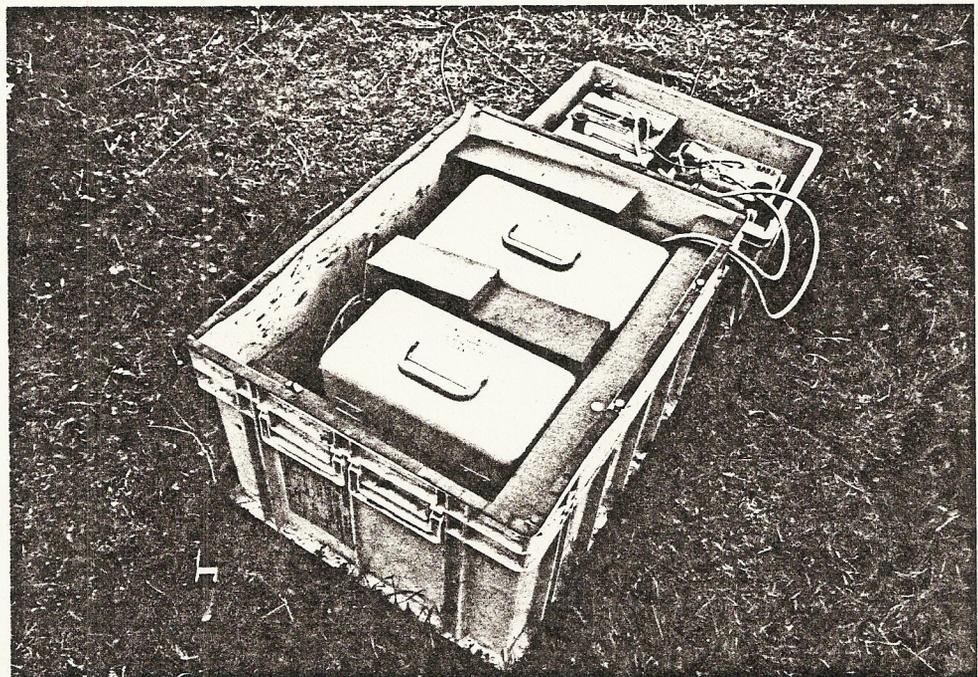
Variomètre H installé à même le sol

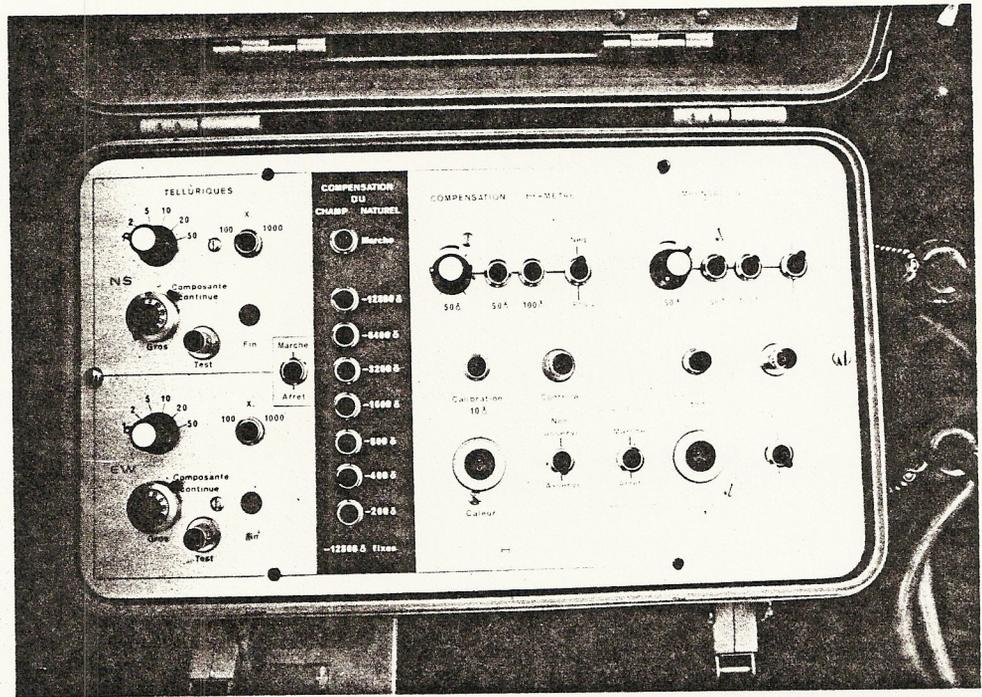


A gauche, station en ordre de marche.

A l'arrière-plan, le variomètre H dans sa caisse de protection ; à l'avant-plan, la caisse abritant l'électronique et les batteries.
Le variomètre D n'est pas visible.

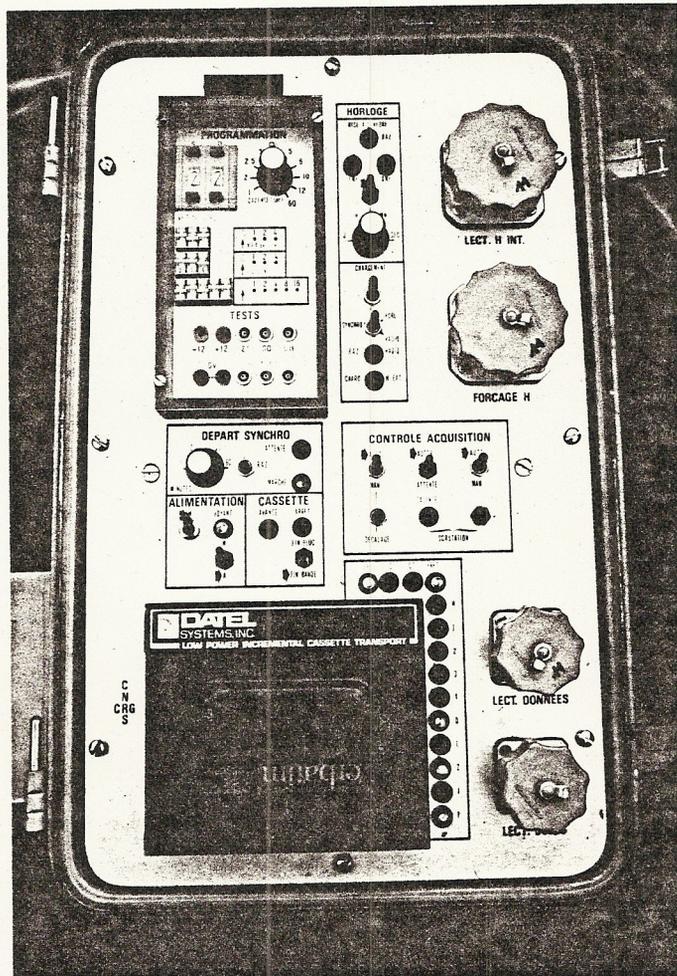
Ci-dessous, détail sur les caisses .





Ci-dessus, électronique s'asservissement des vario-mètres.

On distingue, dans la bande grise, les sélecteurs qui permettent d'envoyer un courant constant dans les bobines du H-mètre.



Ci-contre, unité d'acquisition digitale et d'enregistrement sur cassettes.

L'autonomie d'une station est fixée plus par la capacité de la cassette que par celle des batteries. Pour une cadence d'échantillonnage de 4 s, une cassette contenant environ 1,4 Mbit, on a une autonomie de 60 h.

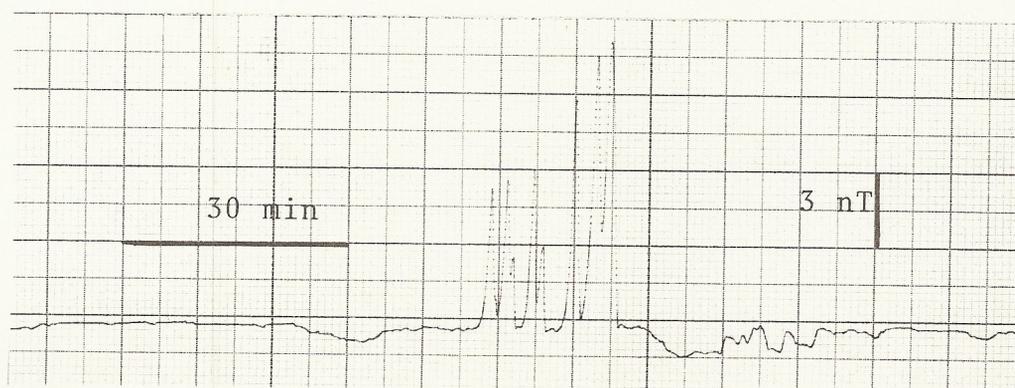
Dix stations de ce type ont été construites au Laboratoire de Géomagnétisme. Elles sont complétées par un camion-laboratoire équipé d'unités de relecture des cassettes, d'un ordinateur de différences et d'enregistreurs graphiques. Les cassettes sont archivées pour pouvoir être traitées ultérieurement sur un ordinateur HP 1000 installé à Paris.

5.3. technique expérimentale

Les sondages géomagnétiques différentiels se font généralement par profils.

La station de référence est placée en un endroit connu pour être normal (souvent difficile à trouver, et distant d'une centaine de km du profil étudié) ; les autres stations sont alignées dans la zone où une anomalie est recherchée. L'espacement initial des stations est de 5 à 10 km, la maille étant diminuée lorsque l'anomalie est localisée.

Le choix de l'emplacement des stations en terrain montagneux est difficile ; d'une part, elles doivent être d'accès facile pour le changement des batteries, d'autre part, elles doivent être à l'écart des circulations automobiles (une voiture = 10 nT à 50 m), des voies de chemin de fer électrifiées en courant continu (voir l'enregistrement ci-dessous, pris à 2 km !)



et des industries utilisant de fortes intensités de courant continu (électrolyse de l'aluminium), ensemble de conditions qui ne sont pas toujours faciles à respecter.

En pratique, les cassettes sont relevées tous les deux jours. Sur 8 jours, on arrive à obtenir environ 12 h d'enregistrements présentant une agitation utilisable, soit 3 Mbit d'information. Quatre personnes auront été nécessaires pour collecter ces données : 3 Mbit pour 300 h-personne et près de 3000 km-véhicule - c'est donc une méthode assez lourde, et, comme toutes les méthodes utilisant des phénomènes à relativement longue période, assez lente.

6. l'anomalie de conductivité des Pyrénées

6.1. résultats antérieurs

Le sondage géomagnétique différentiel a permis, de 1972 à 1974, de mettre en évidence une importante anomalie des variations du champ magnétique terrestre dans les Pyrénées Orientales. Cette anomalie peut être expliquée par un modèle simple, supposant l'existence d'une canalisation conductrice, d'orientation générale est-ouest.

Pour permettre une bonne localisation spatiale de cette anomalie, on s'efforce donc de la couper par des profils de sondage orientés nord-sud. Trois de ces profils ont été réalisés de 1972 à 1974 ; ils ont été complétés par un quatrième en 1979. La station de référence pour ces profils était invariablement Pic de Nore, vérifiée comme étant normale.

La carte page suivante résume les résultats (p1 à p4) obtenus lors de ces premières campagnes ; pour chaque station occupée, on a porté un vecteur dont l'orientation est perpendiculaire à l'orientation du champ anormal b' observé ; cette orientation correspond donc, dans le modèle idéalisé de la canalisation conductrice, à l'axe de la canalisation. La longueur du vecteur est proportionnelle à l'intensité du champ anormal observé à chaque station, en unités arbitraires. Le sens de ce vecteur est conventionnel.

6.2. campagne de 1980

Il était prévu d'effectuer trois autres profils plus à l'ouest (p5, p6 et p7), pour préciser le cheminement de l'anomalie, et, éventuellement, tenter de lui associer une structure géologique connue. Nous examinerons ci-dessous les résultats des deux premiers de ces profils (p5 et p6) ; ils ont également été portés sur la carte générale des Pyrénées.

L'utilisation de Pic de Nore comme station de référence n'était plus possible, la distance de près de 400 km pour relever la cassette tous les deux jours devenant exagérée.

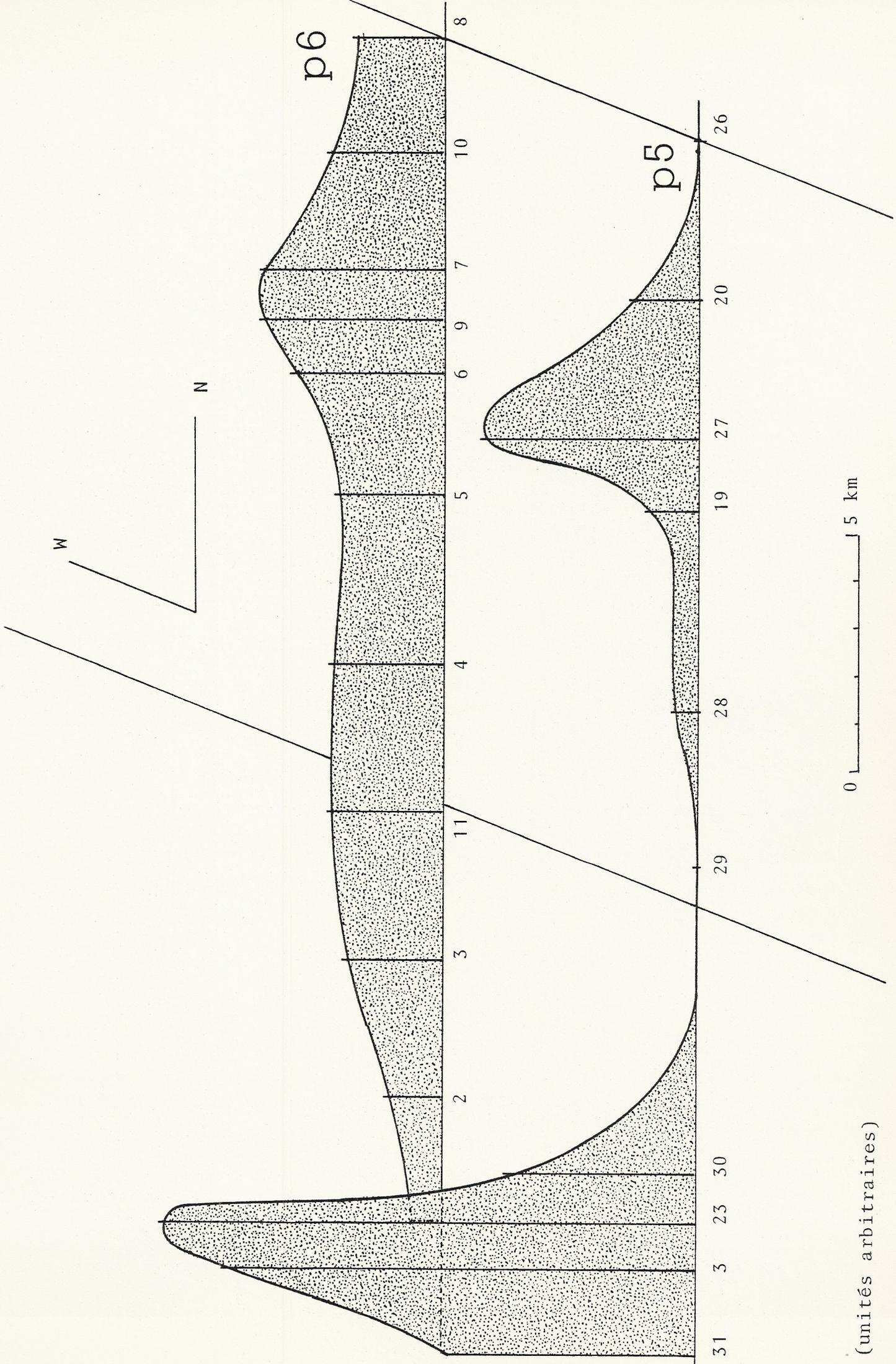
On a donc choisi comme référence une station plus proche, située à Castillon, près de St Girons, sur le profil 4 ; cette station avait été montrée, lors de la campagne de 1979, très légèrement anormale, mais cette anomalie peut être considérée comme négligeable par rapport aux intensités observée aux maxima (module par rapport à la station 03 du profil 5 d'environ 0.05).

La position exacte de chaque station est indiquée sur les cartes qui suivent, extraites de la planche n°70 au 1/100000 de l'IGN. La numérotation des stations est arbitraire, et correspond à ce qui a été codé sur les unités d'acquisition digitales.

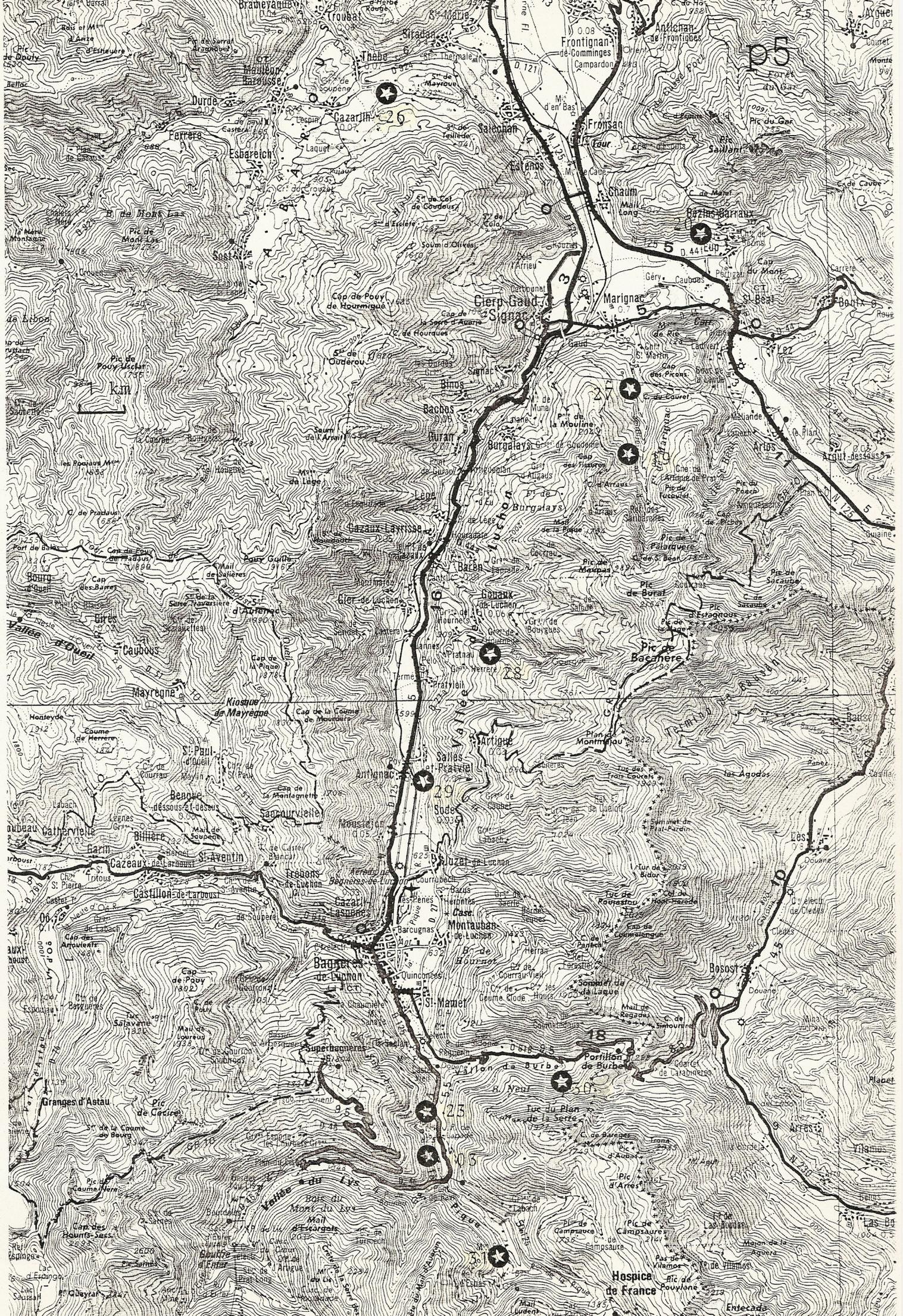
6.3. examen des enregistrements

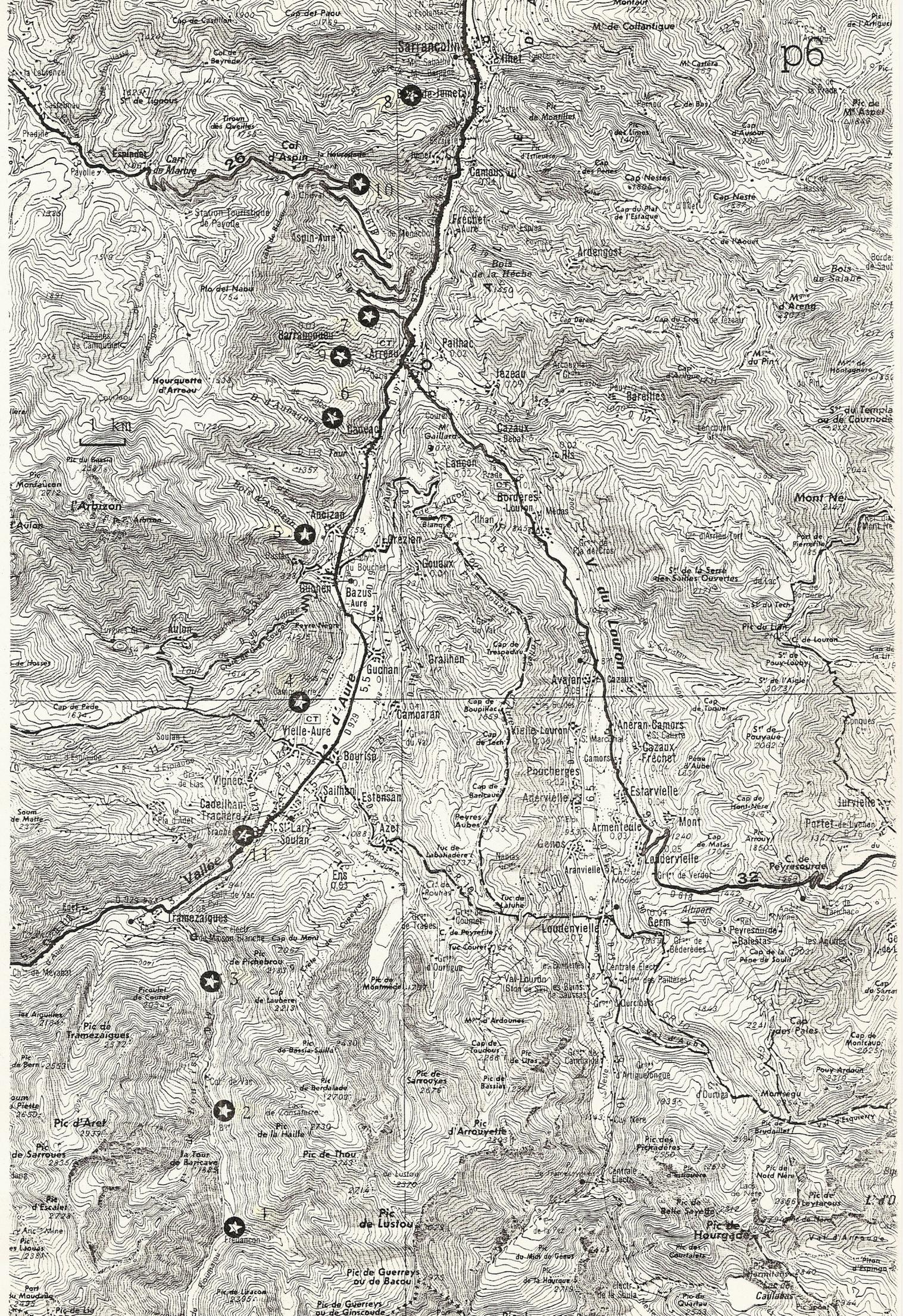
Les deux courbes supérieures de la planche 7 représentent le champ (H,D) à la station de référence, pour un orage magnétique d'une durée de 8 heures.

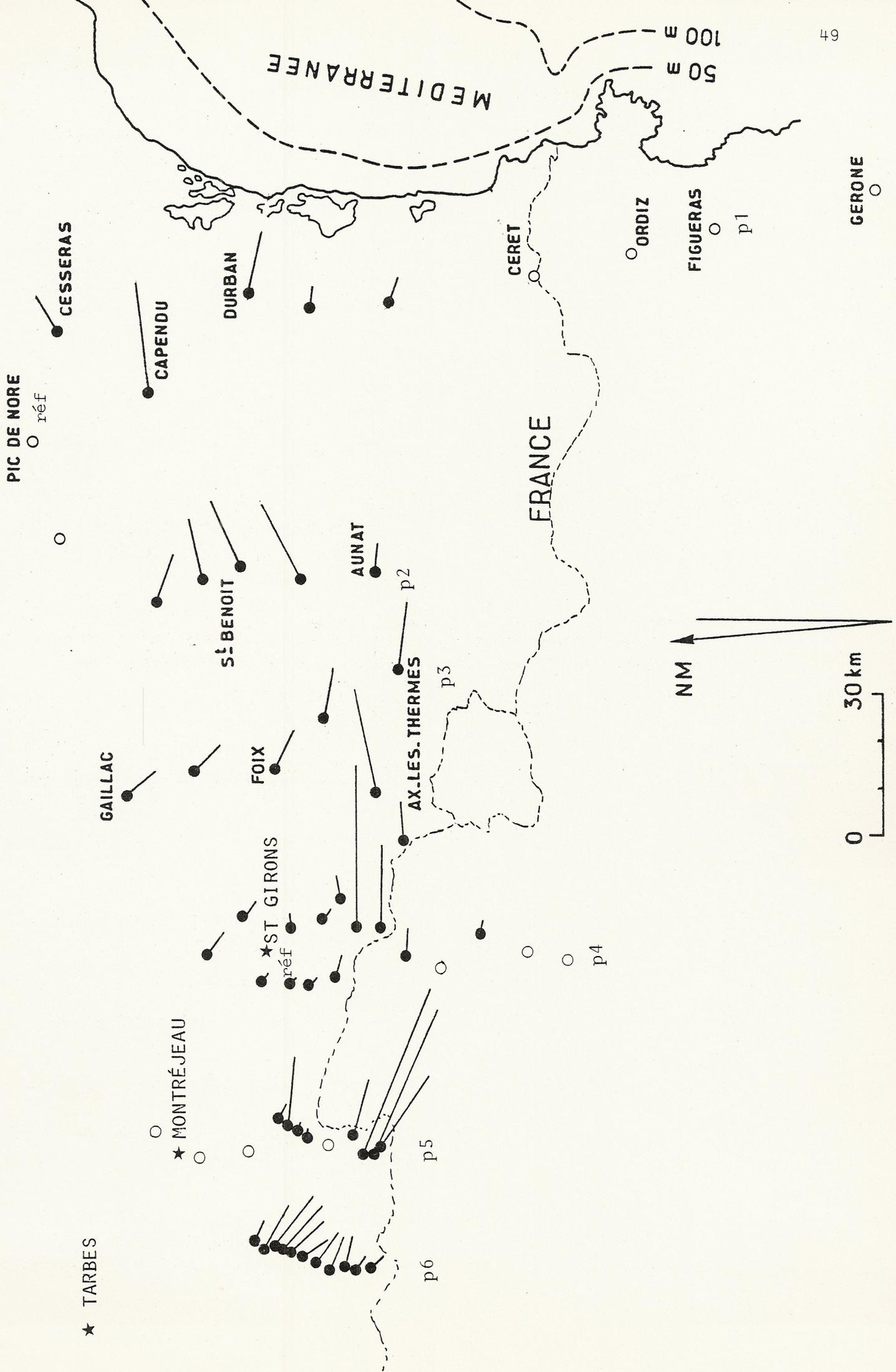
On remarquera que les composantes H et D ont des morphologies nettement différentes ; l'inclinaison de l'enregistrement de la composante D est due à la forme générale de la variation régulière diurne au début de la nuit (voir planche 2). Les courbes inférieures représentent la différence entre les composantes du champ à la station 19, et celles à la station de référence, distante de 35 km. Au bruit instrumental



(unités arbitraires)





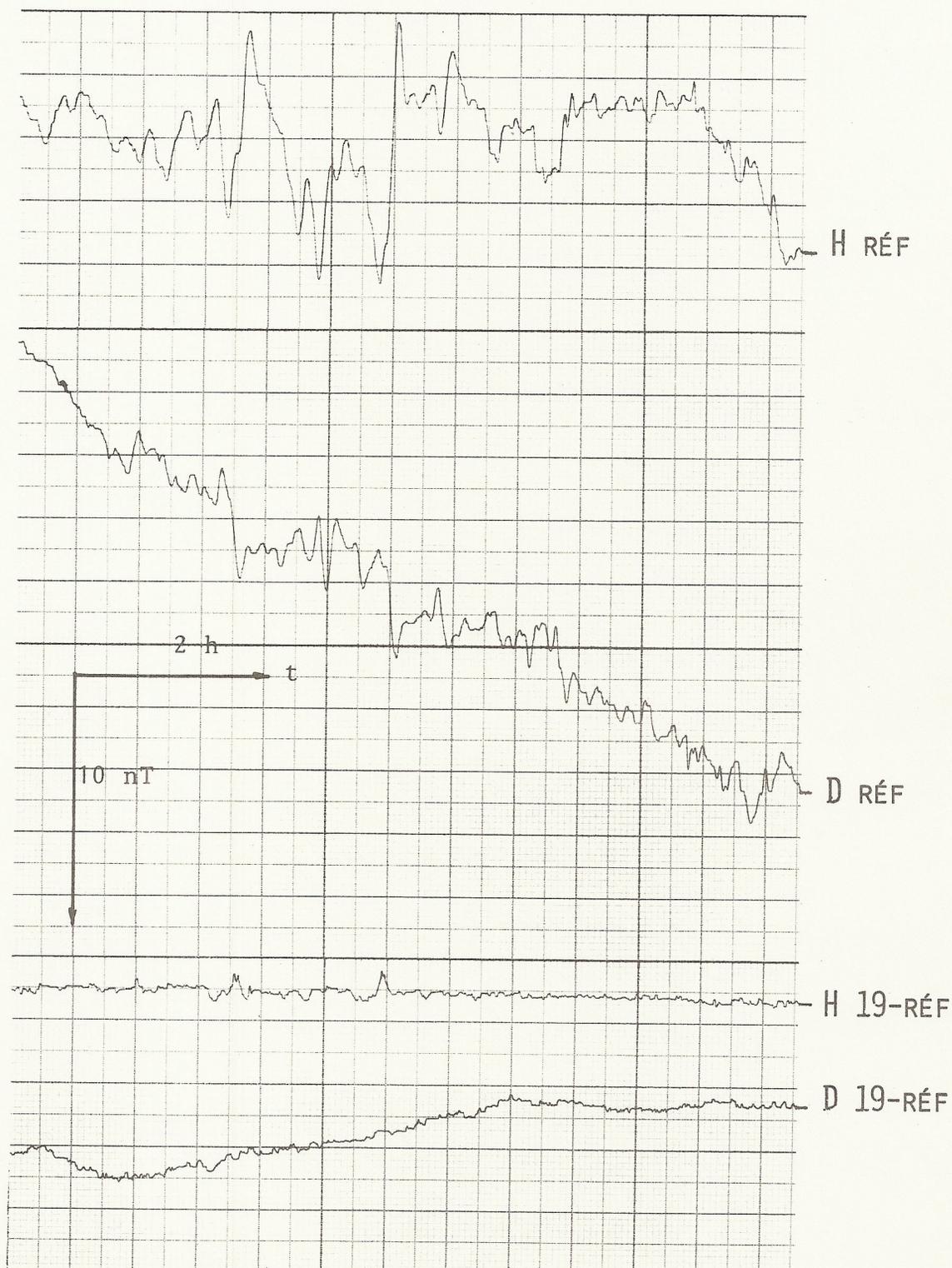


Etude du profil 5

orage magnétique du 21 mai 1980 ; début à 20 h TU ; durée : 8 h.

- composantes du champ magnétique à la station de référence
- différences entre la station 19 et la station de référence

L'orientation des champs est la même que sur la planche 6 p 24.



près, cette différence $\Delta(H,D)$ est pratiquement constante. Ceci confirme la propriété d'homogénéité spatiale des variations du champ magnétique extérieur sur des distances de l'ordre de la centaine de km, que nous avons annoncée p 18, et érigée en postulat dans nos calculs théoriques. La variation lente de ΔD , totalement décorrélée du champ total, est un artefact attribué à une dérive thermique accidentelle du D-mètre de la station de référence.

La planche 8 représente la différence $\Delta(H,D)$ entre les composantes du champ aux stations 30 (en haut) et 03 (en bas), et celles à la station de référence. C'est ici que l'anomalie saute aux yeux : en toute logique, puisque nous avons constaté que les champs aux stations 19 et de référence étaient pratiquement identiques, ils devraient l'être également à la station 03, distante de 40 km de la référence. Or, nous observons que

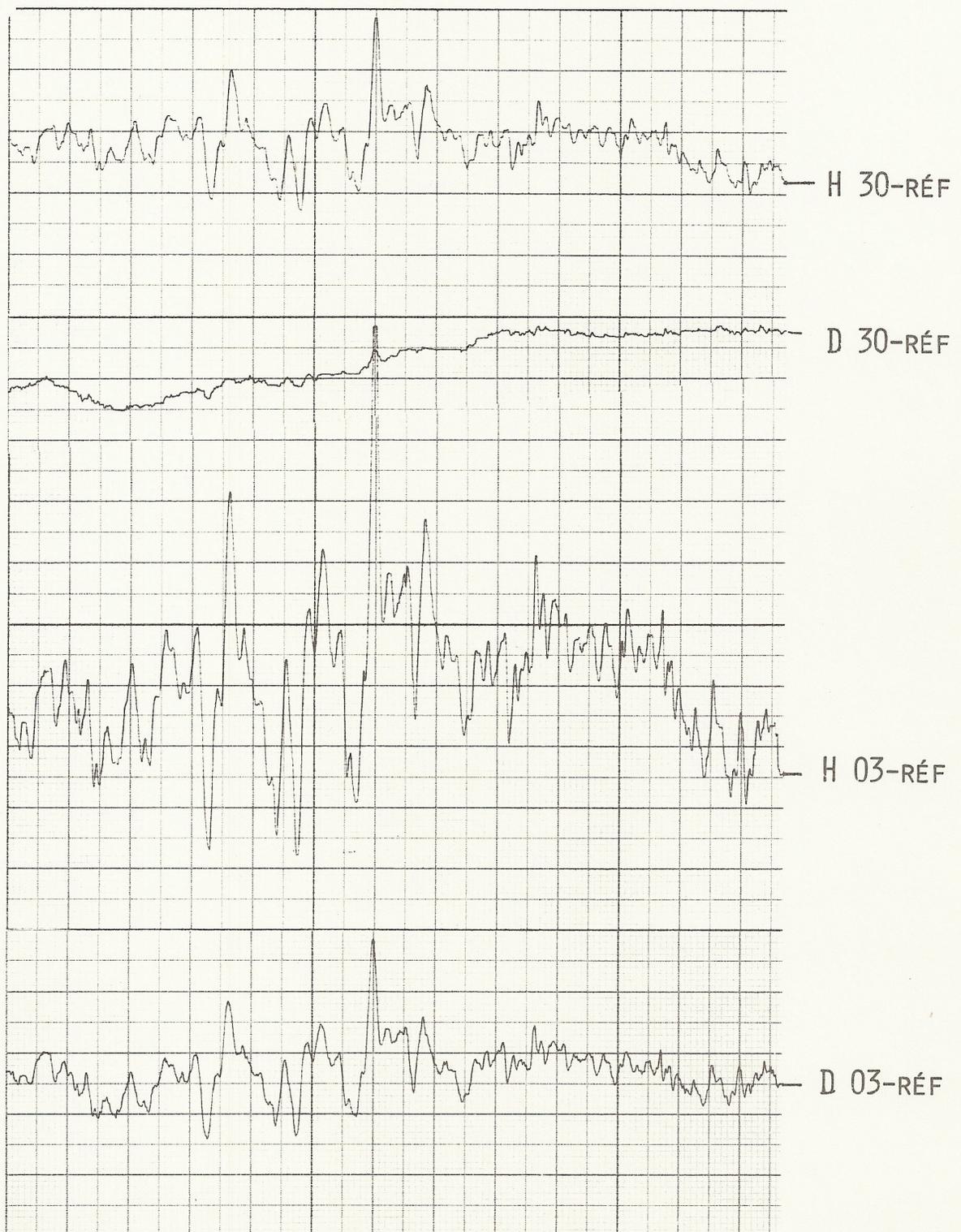
- le champ à la station 03 a une amplitude nettement plus grande : de l'ordre du triple de celle du champ normal total !
- la morphologie de ΔD est pratiquement identique à la morphologie de ΔH : à une même station, ΔD et ΔH ont la même variation temporelle et ne diffèrent que par leur amplitude.
- la morphologie de ΔH à la station 30 est pratiquement identique à la morphologie de $\Delta(H,D)$ à la station 03 : $\Delta(H,D)$ ont la même variation temporelle en tous les points d'une anomalie, et ne diffèrent que par leur amplitude (ΔD à la station 30 est pratiquement constant, ce qui s'interprète par le fait que, à cette station, l'anomalie fait un angle de 8° seulement avec l'est magnétique, et que le champ anormal n'a donc une amplitude appréciable que dans la direction du nord magnétique, c'est-à-dire H . Remarquer à nouveau sur ΔD la dérive thermique lente du D-mètre de la station de référence, constaté ci-dessus).

Etude du profil 5 (suite)

Même période que la planche 7. Mêmes échelles.

- différences entre la station 30 et la station de référence
- différences entre la station 03 et la station de référence

L'orientation des champs est la même que sur la planche 6 p 24.



Ces propriétés sont illustrées de manière encore plus parlantes par la planche 9.

On y a tracé, en coordonnées polaires :

- le champ normal à la station de référence. Ce champ présente des variations aléatoires dans les deux directions
- le champ différentiel à la station 19 : cette station étant pratiquement normale, l'hodographe est, au bruit près, réduit à un point
- le champ différentiel relatif à la station 23 : cette station, très proche de la station 03, est également anormale ; on remarque que l'hodographe du champ différentiel ne ressemble à aucun des deux précédents : il est très clairement polarisé linéairement
- le champ différentiel relatif à la station 30 : on y remarque la même polarisation linéaire, mais orientée cette fois N-S, puisque à cette station ΔD est constant, comme nous l'avons constaté sur le graphique temporel précédemment.

Le champ anormal a donc les propriétés remarquables suivantes : il est, en chaque station, linéairement polarisé selon une direction constante dans le temps, et il y a séparation naturelle des variables d'espace et de temps : on peut écrire le champ anormal sous la forme

$$\underline{b}'(P;t) = f(t) \underline{g}(P) \quad (22)$$

qui a une forme analogue à (21).

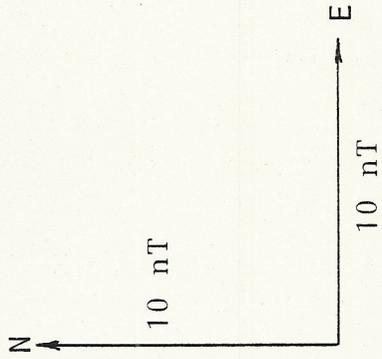
Etant donné l'homogénéité vérifiée du champ externe, ces propriétés très particulières ne peuvent s'interpréter que par l'existence d'une canalisation conductrice circulant dans le voisinage immédiat des stations, et dont l'orientation est, en chaque station, perpendiculaire à la polarisation du champ anormal.

Deux problèmes surgissent donc :

- 1 - cartographier et interpréter la partie spatiale $\underline{g}(P)$
- 2 - interpréter la partie temporelle $f(t)$

Hodographe du champ à la station de référence et des différences aux stations 19, 03 et 30 du profil 5

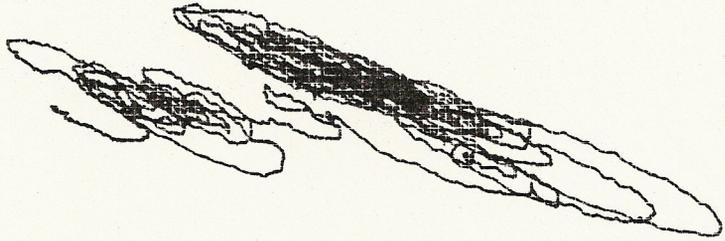
Début le 21 mai à 16 h TU ; durée : 12 h



station 19 - référence

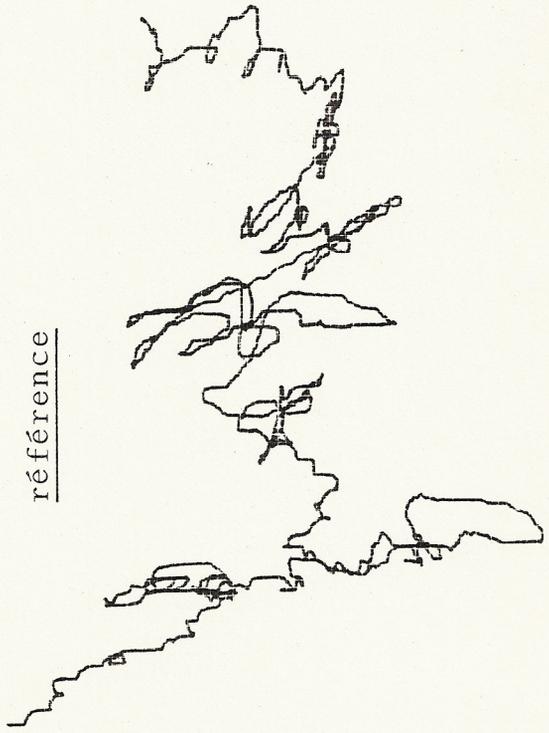


station 23 - référence



début

référence



station 30 - référence



6.4. cartographie de l'anomalie

Il faut, en chaque station i , déterminer :

- le rapport moyen $\frac{\Delta D_{it}}{\Delta H_{it}}$, qui nous permettra d'avoir l'azimuth de l'anomalie de conductivité :

$$\alpha_{it} = \arctan \frac{\Delta D_{it}}{\Delta H_{it}} + \pi/2 \quad (23)$$

$$\alpha_i = \langle \alpha_{it} \rangle$$

- l'intensité de l'anomalie. Par convention, nous normaliserons le module du champ anormal à 1 pour une station donnée n à laquelle l'anomalie est forte (nous prendrons la station 03 du profil 5). Le module d'une station quelconque sera alors défini par :

$$\kappa_{it} = \frac{\sqrt{\Delta H_{it}^2 + \Delta D_{it}^2}}{\sqrt{\Delta H_{nt}^2 + \Delta D_{nt}^2}} \quad (24)$$

$$\kappa_i = \langle \kappa_{it} \rangle$$

Les calculs se font sur ordinateur ; on choisit un échantillon agité, sans dérive, que l'on centre à l'origine en soustrayant la valeur moyenne du champ.

On calcule ensuite (23) et (24) sur l'échantillon, en éliminant les $(\Delta H_t, \Delta D_t)$ correspondant à des valeurs trop faibles du signal, où les rapports seraient perturbés par le bruit des mesures.

Les (α_i, κ_i) calculés par cette méthode pour chacune des stations du profil 5 et du profil 6 sont représentés dans le tableau suivant.

L'écart-type des distributions n'a pas été déterminé systématiquement à chaque station. Pour la station 03, un calcul des moments de ces distributions sur une série de 512 éléments a donné les valeurs suivantes :

TABLEAU RÉCAPITULATIF DES PROFILS 5 ET 6

module : par rapport à la station 3 du profil 5
azimuth : par rapport au nord géographique, orientation
du courant responsable du champ anormal

| | station | module | azimuth |
|----|-----------------------|--------|---------|
| P5 | 26 | 0 | - |
| | 20 | 0.16 | 117° |
| | 27 | 0.45 | 95° |
| | 19 | 0.06 | 114° |
| | 28 | 0.05 | 95° |
| | 29 | 0 | - |
| | 30 | 0.35 | 105° |
| | 23 | 1.13 | 113° |
| | 03 | déf. 1 | 116° |
| | 31 | 0.53 | 124° |
| | azimuth moyen pondéré | | 112° |
| P6 | 8 | 0.17 | 114° |
| | 10 | 0.34 | 122° |
| | 7 | 0.38 | 127° |
| | 9 | 0.38 | 133° |
| | 6 | 0.30 | 138° |
| | 5 | 0.20 | 125° |
| | 4 | 0.23 | 126° |
| | 11 | 0.23 | 110° |
| | 3 | 0.20 | 104° |
| | 2 | 0.09 | 125° |
| 1 | 0.06 | 137° | |
| | azimuth moyen pondéré | | 124° |

$$\sigma(\alpha_{03}) = 1^\circ$$

$$\sigma(\kappa_{03}) = 0.1 \langle \kappa_{03} \rangle$$

qui peuvent être considérées comme des ordres de grandeur de la précision de la détermination de la fonction spatiale de l'anomalie $g(P)$.

On trouvera, page suivante, une représentation graphique des deux profils étudiés ; il y a environ 25 km d'axe à axe entre ces profils.

Pour le profil 5, 4 autres stations ont été placées plus au nord ; elles étaient toutes normales.

Il n'a pas été possible d'étudier le profil au sud de la station 31, les formalités douanières pour l'exportation temporaire du matériel ne pouvant être résolues immédiatement sur place.

Remarquons que le profil 5, entre les stations 29 et 30, n'est pas connu avec précision : la longueur d'onde spatiale très courte de l'anomalie (3 km aux environs de la station 27) ne permettant pas d'interpoler de manière sûre entre des stations distantes de 7 km.

On constate que la structure "fine" de l'anomalie varie considérablement sur des distances très faibles : divisée en deux pics très intenses au profil 5, sa variation est lente et régulière au profil 5.

Ces propriétés reflètent probablement une structure spatiale très tourmentée ; ceci semble confirmé par un sondage électrique par injection de courant, effectué fin juin dans la partie sud du profil 5, qui montre l'existence de couches très conductrices, de l'ordre de $1 \Omega^{-1}m^{-1}$, mais très irrégulières ; des sondages magnétotelluriques à haute fréquence ont également donné des conductivités apparentes fluctuant de près de trois ordres de grandeur sur des distances de quelques centaines de m (Dupis, Benderitter, communication personnelle)

Au vu de ces variations très rapides du module de l'anomalie, on peut s'interroger sur la validité d'interprétations basées sur des mesures espacées de 20 km, comme celles du premier profil p1.

Je ne suis pas compétent pour discuter des interprétations géologiques de cette anomalie.

Citons cependant deux éléments qui peuvent entrer en ligne de compte :

- la présence de couches importantes de schistes graphiteux, qui affleurent par endroits, en particulier dans le voisinage de la station 27
- la présence de nombreuses sources chaudes (Ax-les-Thermes, Lès) qui témoignent d'une activité thermale dans cette région.

Une corrélation entre la cartographie de l'anomalie, et des renseignements sur le flux thermique qui pourraient être obtenus par télédétection dans la gamme des longueurs d'ondes du rayonnement terrestre, s'il est possible de les filtrer pour éliminer les variations thermiques d'origine externe diurne et saisonnière, peut apporter un élément de réponse à ce dernier point.

6.5. interprétation de la partie temporelle

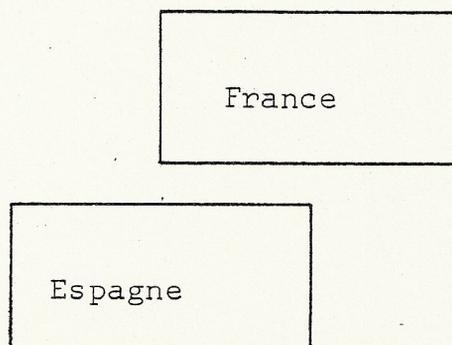
L'anomalie étudiée est située entre l'Atlantique et la Méditerranée ; à cause de la forte conductivité de l'eau de mer, les courants de Foucault induits dans l'océan sont très intenses. Si ces deux régions sont reliées par une anomalie conductrice, les courants induits dans la mer circuleront également dans l'anomalie, et avec la même variation temporelle.

Un modèle plausible est donc le suivant : deux îlots isolants, représentant respectivement la France et la péninsule Ibérique, sont séparés par un étroit canal conducteur schématisant notre anomalie ; le tout est plongé dans un milieu à stratification horizontale plane.

Soit une nappe de courants alternatifs \underline{j} , induite dans le milieu stratifié par les variations du champ magnétique extérieur ; supposons \underline{j} polarisé parallèlement à l'anomalie.

Si nous négligeons les courants de Foucault induits localement dans notre système îlots/canal conducteur par rapport aux courants d'ensemble empruntant le canal, le courant I' circulant dans le canal - donc le champ anormal \underline{b}' mesuré au voisinage de l'anomalie - sera proportionnel à \underline{j} , donc à \underline{e} .

La partie temporelle $f(t)$ de l'anomalie sera donc égale, à un facteur près, au champ électrique $\underline{e}(t)$ dans le milieu à stratification horizontale plane : la canalisation de courant et le magnétomètre différentiel constituent, en quelque sorte, un "voltmètre" à l'échelle géographique.



7. perspectives

De ce qui précède, il résulte que l'on peut chercher à réaliser un "sondage magnétotellurique" de l'océan et de son sous-sol, en estimant statistiquement, à partir des mesures, la fonction de transfert de modulation $H(\omega)$ qui lie la transformée de Fourier $F(\omega)$ de la fonction temporelle $f(t)$ de l'anomalie, au champ normal mesuré à la station de référence $B(\omega)$:

$$B(\omega) = H(\omega) F(\omega)$$

le $H(\omega)$ étant, à un facteur près, notre fonction de transfert $\Psi(\omega)$ du paragraphe 2.2.2., sur laquelle on peut tenter de résoudre un problème inverse pour obtenir de l'information sur la conductivité de la croûte océanique. X

Ce travail est actuellement en cours ; il nécessite l'élaboration d'un logiciel important qui n'est pas achevé à ce jour. :

- estimation spectrale de $|H(\omega)|^2$ à partir des suites temporelles mesurées, en tenant compte de l'existence d'un pôle en $\omega = 0$
- factorisation spectrale de $|H(\omega)|^2$ en tenant compte du fait que $H(\omega)$ est à phase minimum
- résolution du problème inverse du modèle à stratification horizontale plane, c'est-à-dire inversion de la formule (16) p 36

Le "squelette" de ce logiciel est terminé ; il consiste en un langage conversationnel élémentaire permettant de traiter les suites temporelles, que l'utilisateur manipule en temps réel comme il manipulerait les registres d'une calculatrice de poche. Les fonctions implantées comprennent une transformée de Fourier, basée sur un algorithme FFT, un générateur de bruit blanc, un générateur de filtres définis soit par les pôles et zéros de leur transformée en Z , soit, point par point, par leur spectre, différentes opérations de manipulation des suites :

passage de la représentation cartésienne à la représentation polaire et vice-versa, entrées-sorties sur bande magnétique, sortie graphique sur table traçante.

Toutes ces opérations se font en temps réel ; pour donner un ordre de grandeur, l'opération la plus lente est actuellement la FFT, qui dure 2,5 s, pour une suite de 512 nombres complexes (maximum implantable en mémoire centrale dans la configuration de l'ordinateur utilisé).

Il reste à rédiger le programme d'estimation spectrale, et de résolution du problème inverse, travaux prévus pour les mois à venir.

Je tiens à remercier : MM. P. Mechler, qui m'a guidé au cours de ce travail, J. Mosnier, qui m'a invité dans son Laboratoire de Géomagnétisme à l'Ecole Normale Supérieure, et a mis à ma disposition ses moyens instrumentaux et informatiques, et K. Babour, qui m'a fait bénéficier de son expérience du sondage différentiel qu'il a largement contribué à développer.

Je tiens également à remercier Mme C. Queille et Mr. J. Bureau, qui m'ont initié à la géophysique appliquée lors du stage qu'ils ont organisé au Centre de Géophysique de Garchy en avril dernier, ainsi que MM. A. Dupis et Y. Benderitter, qui m'ont expliqué le fonctionnement de leurs systèmes d'enregistrement magnétotellurique .

Bibliographie

Les ouvrages et articles explicitement cités dans le texte sont précédés du renvoi (n)

- 1 Babour, K. Thèse de doctorat d'état en Sciences Physiques : le sondage géomagnétique différentiel et son application à l'étude de la distribution des courants telluriques. Université de Paris VI, 1980
- 2 Babour, Mosnier. Differential Geomagnetic Sounding. Geophysics, vol.42 n°1 (1977), p 76.
- 3 Babour et al. L'anomalie de conductivité des Pyrénées : signification physique et géologique. Bull. Soc. Géol. de France, t XIX p 553 (1977)
Babour, Mosnier. Differential geomagnetic sounding in the Rhinegraben. Geophys.J.R.Astr.Soc., 58, p153 (1979)
Babour, Mosnier Direct determination of the characteristics of the currents responsible for the geomagnetic anomaly of the Rhinegraben. Geophys.J.R.Astr.Soc, 60, p327 (1980)
- 4 Baranov, Kunetz. Distribution du potentiel dans un milieu stratifié. C.R.Acad.des Sc., séance du 10 dec.1958, 247, p2170.
Baranov, Kunetz. Calcul de sismogrammes synthétiques avec des réflexions multiples. C.R.Acad. des Sc., séance du 24 nov.1958, 247, n°21
Baranov, Kunetz. Film synthétique avec réflexions multiples, théorie et calcul pratique. Geophysical Prospecting, 1960, VIII, 2 p315.
Bureau, J.L. Thèse de doctorat d'état en Sciences Physiques : problèmes d'interprétation magnétotellurique. Université de Paris VI, 1972
Cantwell, Madden. Preliminary report on crustal magnetotelluric measurements. Jour. of Geophys. Res., vol.65 n°12 p 4202
- 5 Claerbout, J.F. Fundamentals of Geophysical Data Processing, Mc Graw Hill.
Claerbout. Towards a unified theory of reflector mapping. Geophysics, vol.36 n°3 p467 (1971)
- 6 Cagniard. Basic theory of the magnetotelluric method of geophysical prospecting. Geophysics, vol.18 p 605 (1953)
- 7 Coggon. Electromagnetic and electrical modeling by the finite element method. Geophysics, vol.36, n°1 p 132 (1971)
Coulomb, Jobert et al. Traité de Géophysique interne, Masson (1976)
Cox, Filloux, Larsen. Electromagnetic Studies of the Ocean Currents and the Electrical Conductivity Below the Ocean-floor. In : The Sea vol 4 part 1, ed. Maxwell, Wiley-interscience (1970)
- 8 Cox. Electromagnetic induction in the Ocean and interferences on the Constitution of the Earth. Polycopié, Scripps Institution of Oceanography, San Diego.
Cox, Filloux. Electromagnetic sounding during RISE. Science, march 1980,

- 9 Dercourt, Paquet. Géologie, objets et méthodes. Dunod Université.
- 10 De Vuyst. Le champ magnétique terrestre. Institut Royal Météorologique de Belgique, 1971.
- Durand, Mosnier. Magnétomètre sous-marin pour l'étude des composantes horizontales du champ transitoire. Ann. Géophys., t.33 fasc.4p.519 (1977)
- d'Erceville, Kunetz. The effect of a fault on the earth's natural electromagnetic field. Geophysics, vol. XXVII n°5 p651 (1962)
- Farrel. Sensor-array processing with channel-recursive Bayes techniques. Geophysics, vol.36 n°5 p.822 (1971)
- 11 Kisak, Silvester. A finite element program for magnetotelluric modelling. Computer Physics Communication 10(1975) p 421.
- 12 Kunetz. Traitement et interprétation des sondages magnétotelluriques. Revue de l'IFP, juin 1969.
- Kunetz, d'Erceville. Sur certaines propriétés d'une onde acoustique plane de compression dans un milieu stratifié. Annales de Géophys. t.18 fasc.4 p.351 (1962)
- 13 Lamontagne, West. EM response of a rectangular thin plate. Geophysics, vol. 36 n°6 p.1204 (1971)
- 14 Lebeau. Magnétisme interne. In : Géophysique, collection de la Pléiade.
- 15 Le Masne. Application des méthodes classiques et électromagnétiques à l'étude géophysique des milieux fissurés. Polycopié, Centre de Géophysique de l'Université de Montpellier.
- 16 Massey. Units, dimensional analysis and physical similarity. Van Nostrand. Max. Traitement du signal. Masson, 1972.
- Mechler. Généralisation de la formule de Cagniard en magnétotellurique au cas d'un bruit électromagnétique. C.R. Acad. des Sc., 277,n°22 (1973)
- 17 Mignaux. Géophysique appliquée. In : Géophysique, collection de la Pléiade.
- Mosnier. Le sondage géomagnétique différentiel. Le courrier du CNRS, oct. 1977.
- 18 Mosnier, Yvetot. Nouveau type de variomètres horizontaux à asservissement de champ et capteur capacitif. Ann. Géophys., t.33; fasc.3, p391 (1977)
- Parker, Bullard. Electromagnetic Induction in the Ocean. In : The Sea vol 4 part 1, ed. Maxwell, Wiley-interscience (1970)
- 19 Papoulis Athanasios. The fourier integral and its applications. Mc Graw Hill.
- Poirier. La structure interne de la terre. Le courrier du CNRS, juin 1980.
- Porath, Dziewonski. Crustal electrical conductivity anomalies in the Great Plains province of the United States of America. Geophysics, vol.36, n°2 p.382 (1977)

- Ranganayaki, Madden. Generalized thin sheet analysis in magnetotellurics : an extension of Price's analysis. *Geophys. J.R.Astr.Soc.* 60,p445 (1980)
- Rollet. Thèse de doctorat de 3^o cycle. Etude des anomalies de conductivité et méthodes de prédiction du champ anormal. Université de Paris-Orsay.
- 20 Roy, Apparao. Depth of investigation in direct current methods. *Geophysics*, vol. 36, n^o5 p 943 (1971)
-
- Rikitake. *Electromagnetism and the earth interior*. Elsevier (1966)
- Schmucker. Interpretation of induction anomalies above non-uniform surface layers. *Geophysics*, vol. 36, n^o1 p.156 (1971)
- Schmucker. Anomalies of geomagnetic variations in the South Western United States. *Bulletin of the Scripps Institution of Oceanography*, San Diego, Ca.
- 21 Schmucker, Weidelt. *Electromagnetic induction in the Earth*. Polycopié, Aarhus lectures (1975).
- 22 Sims, Bostick, Smith. The estimation of magnetotelluric impedance tensor elements from measured data. *Geophysics*, vol.36, n^o5 p.938 (1971)
- Spitz. The electromagnetic field above a two-dimensional structure : boundary conditions. Polycopié, Instituto di Fisica Terrestre, Università di Padova.
-
- 23 Stefanescu. Etudes théoriques sur la prospection électrique du sous-sol. Institut Geological Romanie. Vol. XIV fasc. I (1923)
- 24 Thomsen. Structure et constitution du manteau et du noyau. In : Coulomb, Jobert, traité de Géophysique interne, Masson.
- 25 Vasseur, Weidelt. Bimodal electromagnetic induction in non-uniform thin sheets with application to the northern Pyrenean anomaly. *Geophys.J.R. Astr. Soc.*, 1977, vol 51 p 669.
- Verma, Mallick. Detectability of intermediate conductive and resistive layers by time-domain electromagnetic sounding. *Geophysics*, vol.44 n^o11 p.1862 (1979)
- 26 Vozoff. Numerical resistivity analysis : horizontal layers. *Geophysics*, vol XXIII, n^o3 p 536. (1958)
- Vozoff, Hasegawa, Ellis. Results and limitations of magnetotelluric surveys in simple geologic situations.
- Wait. On the relation between telluric currents and the earth's magnetic field. *Geophysics*, vol. 19 p 281.
- 31 Wait. Propagation of radio waves over a stratified ground. *Geophysics*, vol.18 p.416 (1953)
- 27 Wu. The inverse problem of magnetotelluric sounding. *Geophysics*, vol.33 p.972 (1968)
- 28 Yungul. Magnetotelluric sounding three-layers interpretation curves. *Geophysics*, vol XXVI, n^o4 p.465.
- 29 -. Centre de Géophysique de l'Université de Montpellier. Contrat n^o10176EGF, rapport final. (1978)
- 30 -. Proceedings of the IEEE, june 1963.